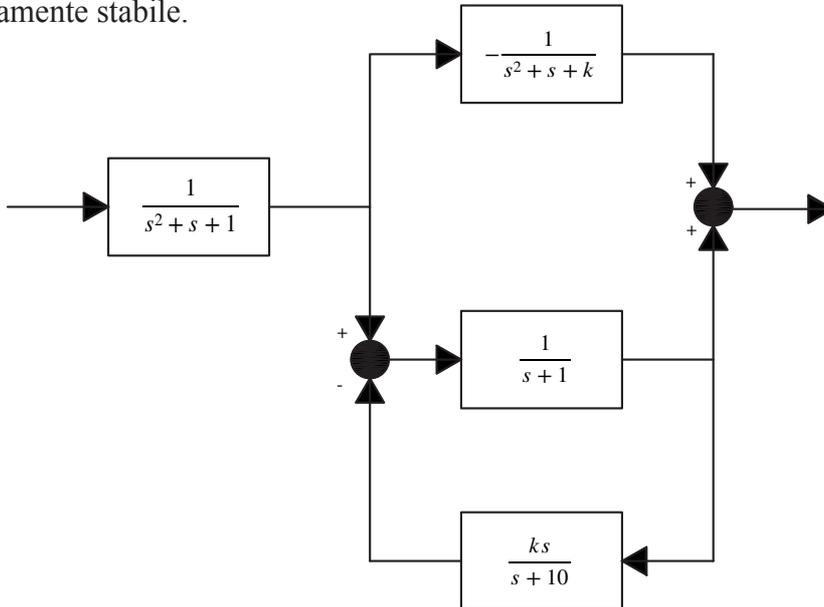


**Automatica**  
**Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo**  
**08/09/2023**  
*Prova A*

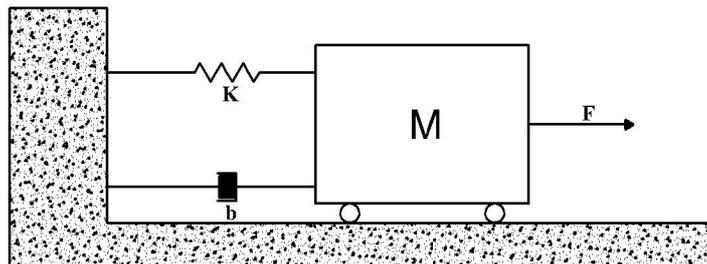
A1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.



A2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 10s - 75)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

A3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .  
 $K=0.01$   $b=0.02$   $M=1$   $F(t)=5 \cdot 1(t)$



*Tempo a disposizione: 2,5 ore*  
*Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10*

**ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO**

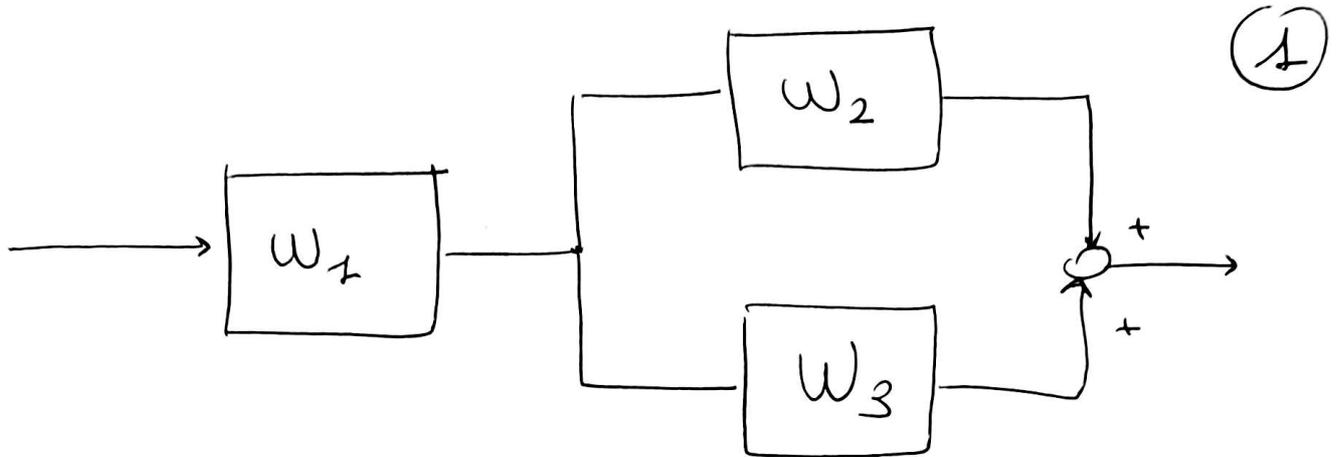
**Nome e Cognome:**

**Matricola:**

**Orale: # 11 Settembre ore 10:00**

**# 29 Settembre ore 15:00**

PER ANALIZZARE LA ASINTOTICA STABILITA'  
 RICORRO ALL'ALGEBRA DEGLI SCHEMI  
 A BLOCCHI



IL SISTEMA E' AS.  $\Leftrightarrow$   $W_1$  E' AS  
 $W_2$  E' AS  
 $W_3$  E' AS

POICHE' SI TRATTA DI SERIE E PARALLELO

$W_1$  E' A.S

$W_2$  E' A.S  $\forall k > 0$  PER CARTESIO

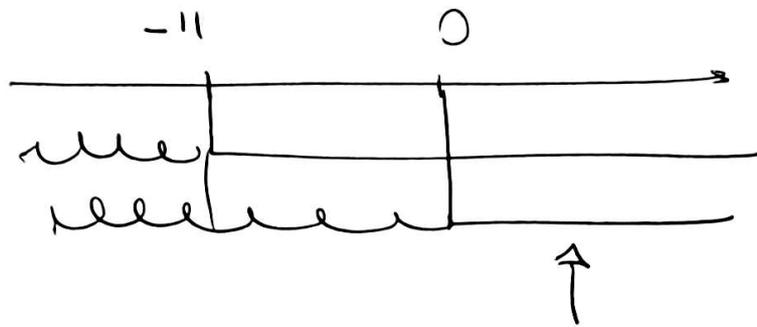
$$W_3 = \frac{\cancel{10} \frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1} \frac{ks}{s+10}} = \frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{(s+1)(s+10) + ks}{(s+1)(s+10)}} =$$

$$= \frac{s+10}{s^2 + 11s + 10 + ks}$$

$W_3$  E' A.S  $\Leftrightarrow$   $11+k > 0 \Rightarrow k > -11$

METUENDO A SISTEMA LE DUE  
CONDIZIONI DI STABILITA'

②



$k > 0$  GARANTISCE CHE IL SISTEMA  
COMPLETO SI A.S

PER CALCOLARE RAPP ISU TRASFORMO  
OGNI SISTEMA ~~IN~~ IN UNA RAPP ISU

$$\frac{1}{s^2 + s + 1} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{cases} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 \\ y_1 = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{-1}{s^2 + s + k} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{cases} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} u_2 \\ y_2 = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

$$\frac{s + 10}{s^2 + (11+k)s + 10} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{cases} = \begin{pmatrix} -(11+k) & 1 \\ -10 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} u_3 \\ y_3 = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

~~NOTE~~ INTERCONNETTENDO COME DESCRITTO  
IN FIGURA QUENGO ISU TOTALE

③

$$u = u_1$$

$$y = y_2 + y_3$$

$$u_2 = y_1$$

$$u_3 = y_1$$

$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + u$$

$$\dot{x}_3 = -x_3 + x_4$$

$$\dot{x}_4 = -k x_3 - x_1$$

$$\dot{x}_5 = -(11+k) x_5 + x_6 + x_1$$

$$\dot{x}_6 = -10 x_5 + 10 x_1$$

$$y = x_3 + x_5$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -(11+k) & 1 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

# TRACC. DIAG BODE.

4

NO REAUZZO LA F.D.T.

$$W(s) = \frac{-100 s (s+15) (s-5)}{500 \left( \frac{s^2}{100} + \frac{s}{100} + 1 \right) \left( \frac{s}{5} + 1 \right)}$$

$$= \frac{\cancel{+100} \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{5} s \left( \frac{s}{15} + 1 \right) \left( 1 - \frac{s}{5} \right)}{\cancel{500} \left( \frac{s^2}{100} + \frac{s}{100} + 1 \right) \left( \frac{s}{5} + 1 \right)}$$

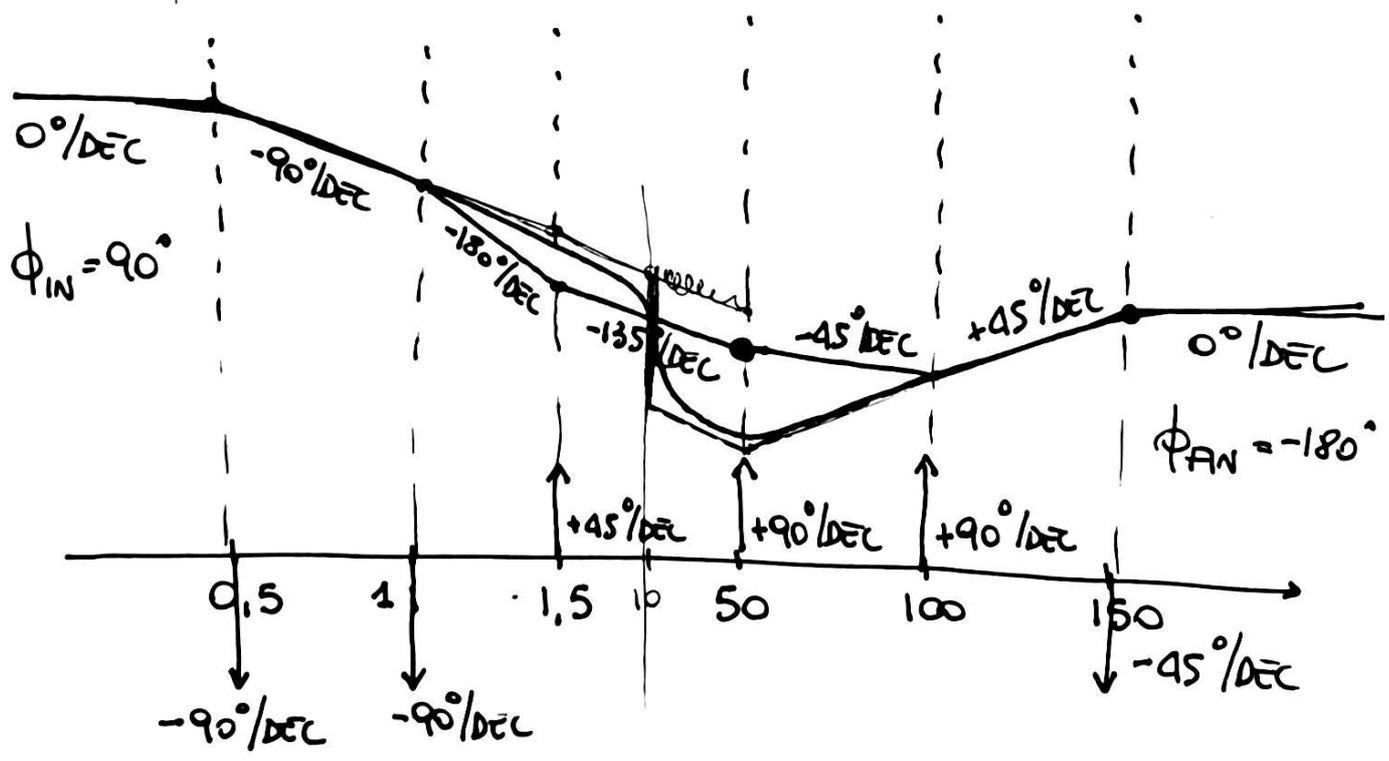
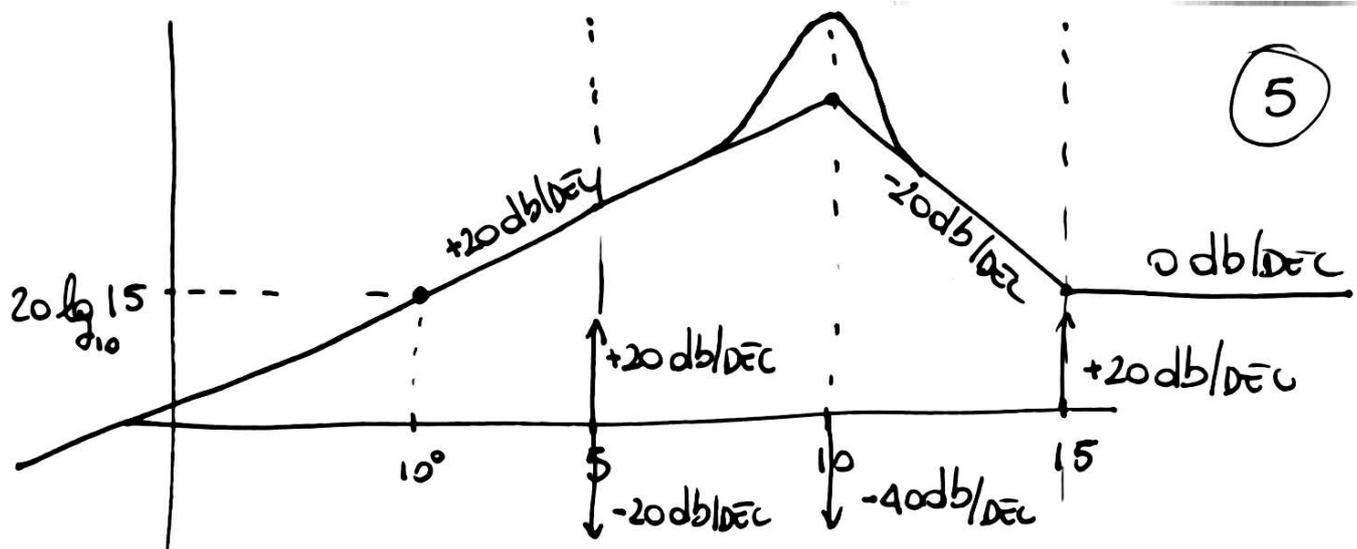
DEFINISCO LA TABELLA DEI CONTRIBUTI

15	$20 \log_{10} 15$	$0^\circ$	
S	+20 dB/DEC $\forall \omega$	+90° $\forall \omega$	
$\left( \frac{s}{15} + 1 \right)^2$	$\omega_R = 15$ +20 dB/DEC	$\omega_1 = 1,5$ +45°/DEC	$\omega_2 = 150$ -45°/DEC
$\left( 1 - \frac{s}{5} \right)^1$	$\omega_R = 5$ +20 dB/DEC	$\omega_1 = 0,5$ -45°/DEC	$\omega_2 = 50$ +45°/DEC
$\left( \frac{s}{5} + 1 \right)^{-1}$	$\omega_R = 5$ -20 dB/DEC	$\omega_1 = 0,5$ -45°/DEC	$\omega_2 = 50$ +45°/DEC
$\left( \frac{s^2}{100} + \frac{s}{100} + 1 \right)^{-1}$	$\omega_n = 10$ -40 dB/DEC $\xi = 0,05$	$\omega_1 = 1$ -90°/DEC	$\omega_2 = 1000$ +90°/DEC
	MODULI	FASI	

$$\phi_{IN} = +90^\circ$$

$$\phi_{FIN} = -180^\circ$$

5



# TRACCIAE RISPOSTA QUANTITATIVA.

(6)

DEFINISCO RAPP. IU.

$$M \ddot{s} = F - k s - b \dot{s}$$

$$\begin{cases} x_1 = s \\ x_2 = \dot{s} \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m} x_1 - \frac{b}{m} x_2 + \frac{F}{m} \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} u \\ y = (0 \ 1) x \end{cases}$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -0.02 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = (0 \ 1) x$$

$$w(s) = (0 \ 1) \begin{pmatrix} s & -1 \\ 0.01 & s+0.02 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= (0 \ 1) \frac{\begin{pmatrix} s+0.02 & 1 \\ -0.01 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{s(s+0.02) + 0.01}$$

$$w(s) = \frac{s}{s^2 + 0.02s + 0.01}$$

$$u(s) = \frac{5}{s}$$

(7)

$$y(0) = \lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s y(s) =$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{\cancel{s}}{s^2 + 0.02s + 0.01} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} = 0$$

$$\dot{y}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \dot{y}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 y(s) =$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \frac{\cancel{s}}{s^2 + 0.02s + 0.01} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} = 5 > 0$$

$$\ddot{y}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \ddot{y}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s [s^2 y(s) - \dot{y}(0)] =$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[ s^2 \frac{\cancel{s}}{s^2 + 0.02s + 0.01} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} - 5 \right] =$$

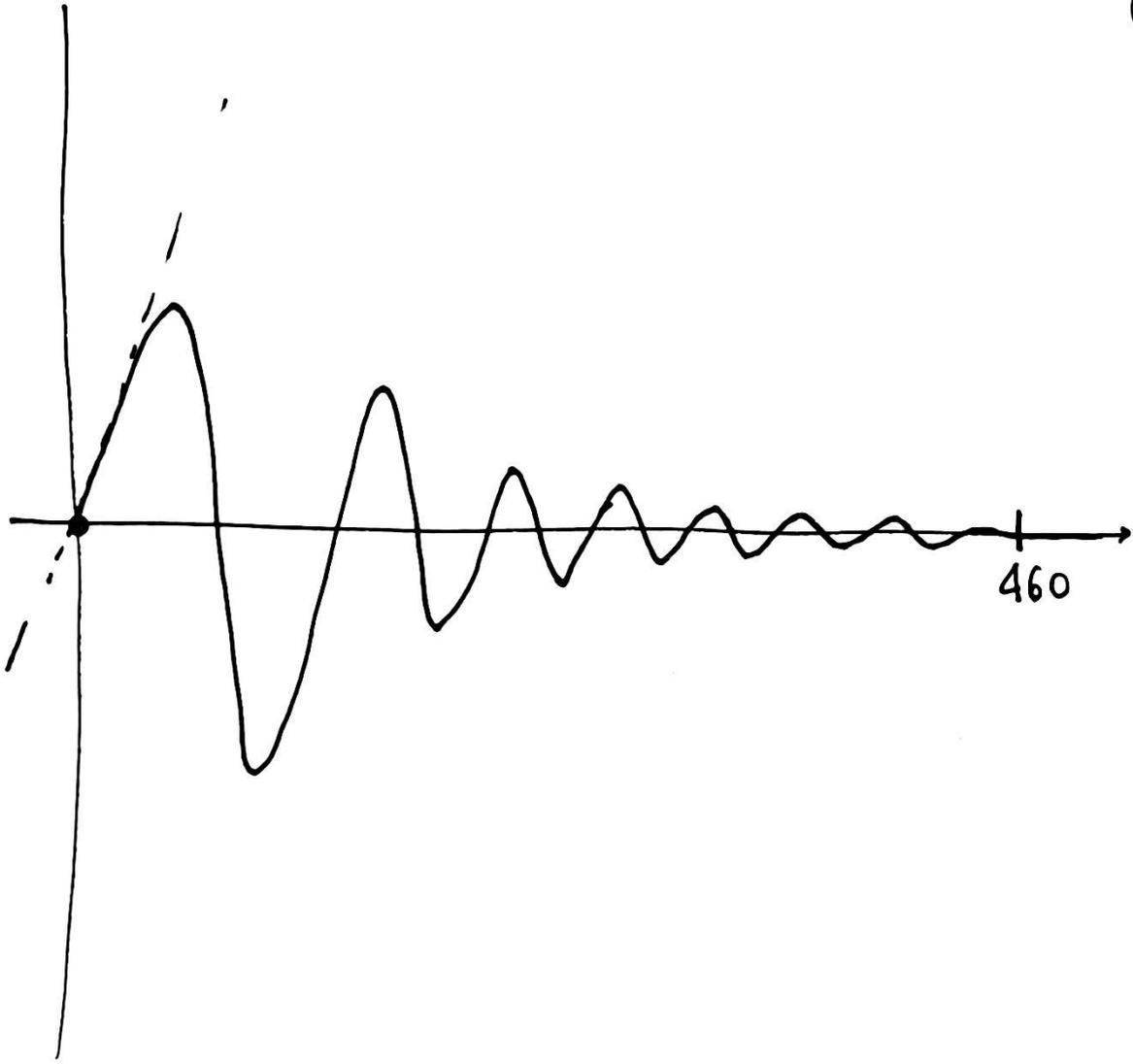
$$= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[ \frac{\cancel{5s^2} - \cancel{5s^2} - 0.1s - 0.05}{s^2 + 0.02s + 0.01} \right] = -0.1 < 0$$

$$T_{a1}^a = \frac{4,6}{0.01} = 460 \text{ s}$$

$$N_{osc} = \frac{T_{a1}}{T_{osc}} = \frac{460}{\cancel{63,14}} \approx 7,3$$

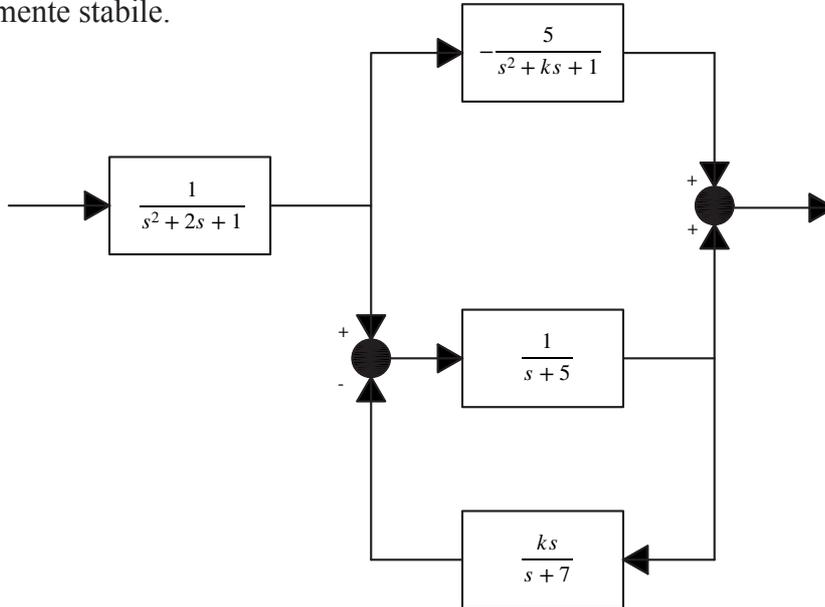
$$y_{\infty}(t) = w(0) \cdot 5 = 0$$

8



**Automatica**  
**Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo**  
**08/09/2023**  
*Prova B*

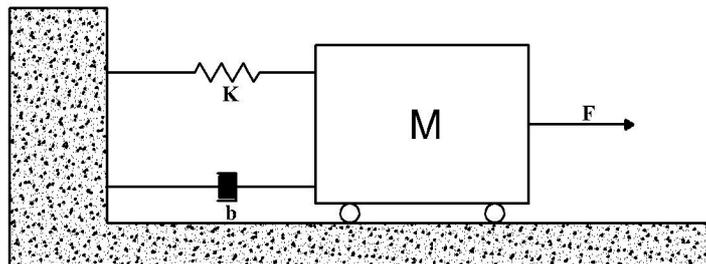
B1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.



B2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 7s - 60)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

B3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .  
 $K=100$     $b=6$     $M=1$     $F(t)=5 \cdot 1(t)$



*Tempo a disposizione: 2,5 ore*  
*Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10*

**ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO**

**Nome e Cognome:**

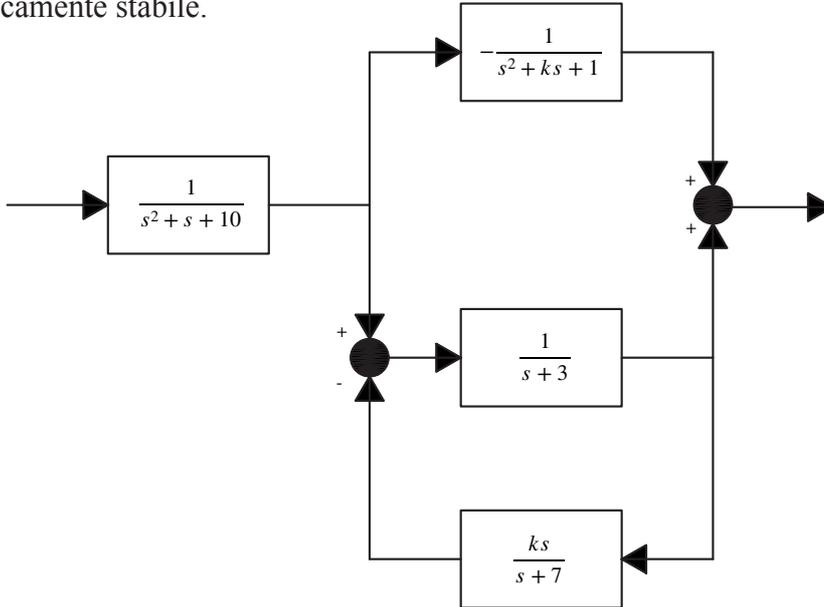
**Matricola:**

**Orale:      # 11 Settembre ore 10:00**

**# 29 Settembre ore 15:00**

**Automatica**  
**Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo**  
**08/09/2023**  
*Prova C*

C1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

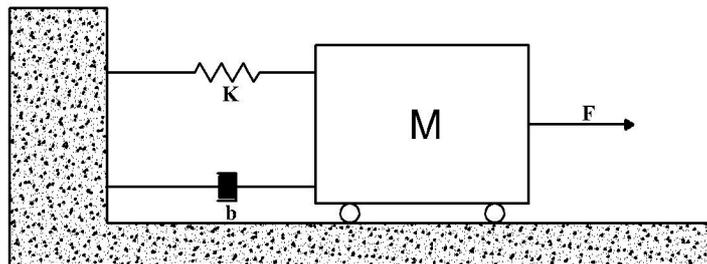


C2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 2s - 35)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

C3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

$K=10^{-4}$     $b=0.01$     $M=1$     $F(t)=5 \cdot 1(t)$



*Tempo a disposizione: 2,5 ore*  
*Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10*

**ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO**

**Nome e Cognome:**

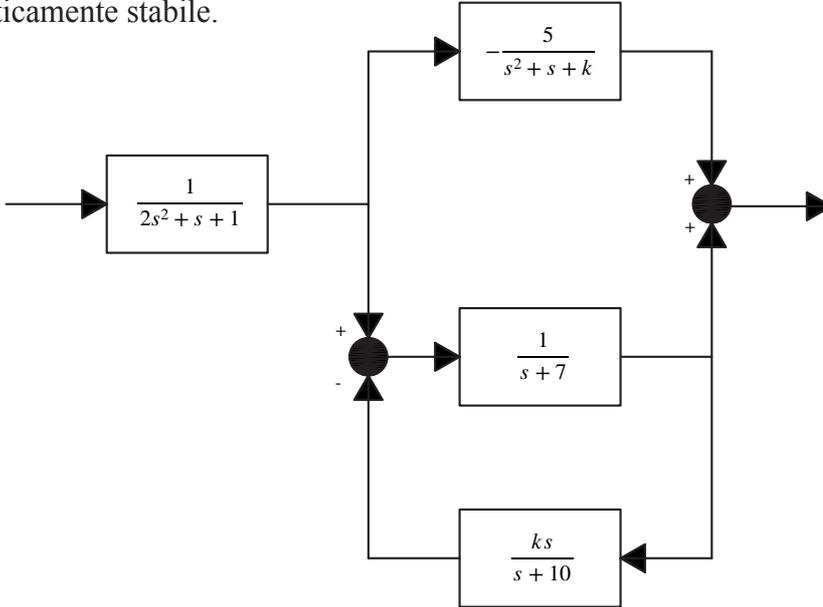
**Matricola:**

**Orale:      # 11 Settembre ore 10:00**

**# 29 Settembre ore 15:00**

**Automatica**  
**Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo**  
**08/09/2023**  
*Prova D*

D1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

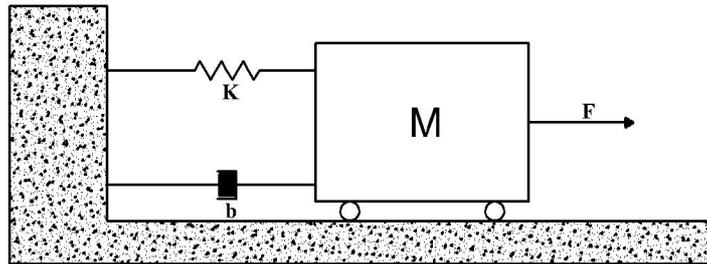


D2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 - 4s - 5)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

D3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

$K=10^4$     $b=140$     $M=1$     $F(t)=5 \cdot 1(t)$



*Tempo a disposizione: 2,5 ore*  
*Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10*

**ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO**

**Nome e Cognome:**

**Matricola:**

**Orale:      # 11 Settembre ore 10:00**

**# 29 Settembre ore 15:00**