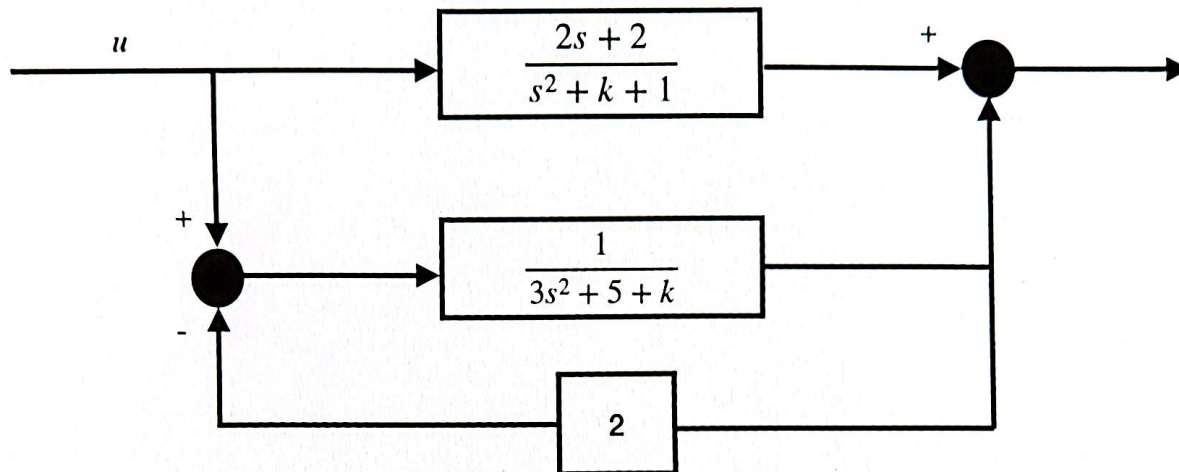


Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo/Automatica
23/09/2022

Prova B

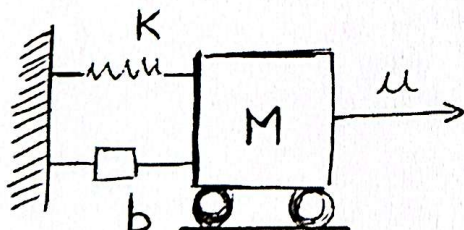
B1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile



B2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-200s(30 - 300s)}{60s^2 + 1.2s + 0.006}$$

B3. Tracciare la risposta qualitativa del sistema in figura ad un segnale di tipo gradino $u(t) = -u_0 1(t)$ con $u_0 = 2, k = 2, b = 2, M = 2$.



Tempo a disposizione: 2,5 ore

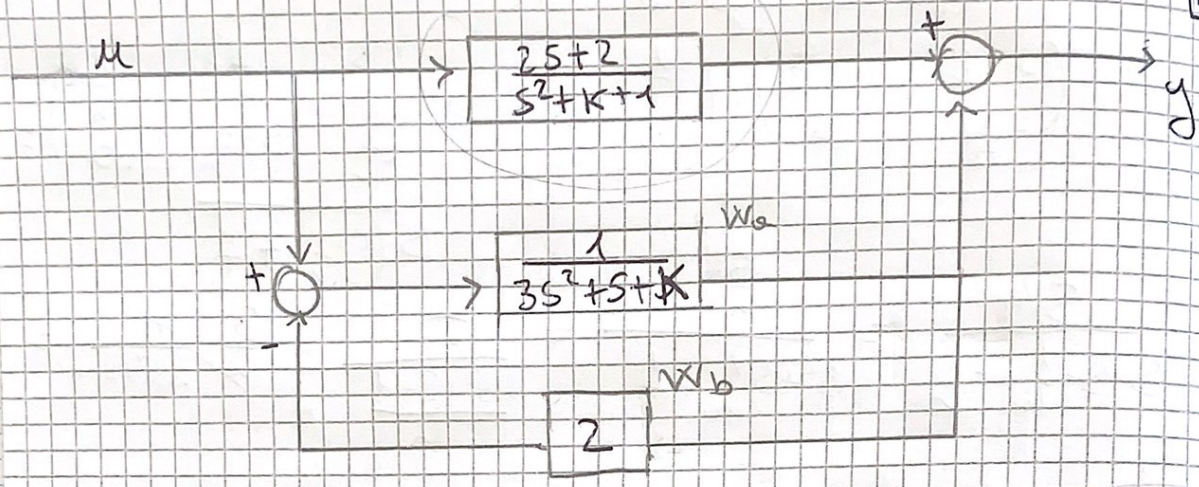
Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

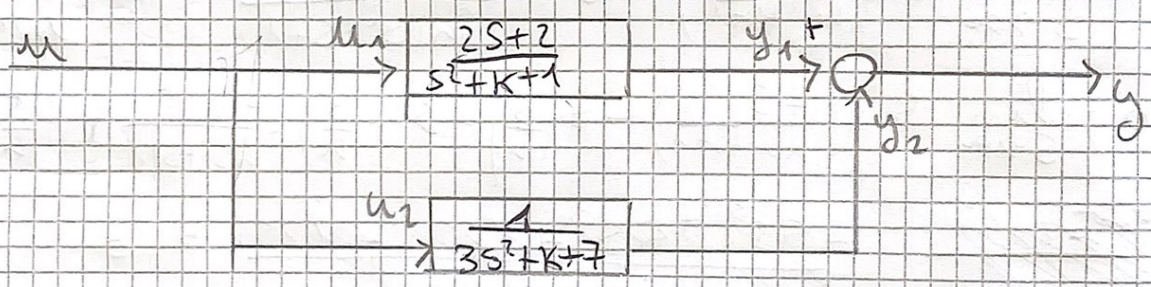
Nome e Cognome:

Matricola:

Orale: # 26 Settembre ore 9.00



$$W_R = \frac{W_0}{1 + W_0 W_b} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3s^2+s+k}} \cdot 2 = \frac{1}{\frac{3s^2+s+k}{3s^2+s+k} + 2} = \frac{1}{3s^2+s+k+2} = \frac{1}{3s^2+s+k+7}$$



$W_1 = \frac{2s+2}{s^2+k+1}$

$b_0=0, b_1=2, b_2=2$
 $a_1=0, a_2=k+1$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k-1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$W_2 = \frac{1}{3s^2+k+7} = \frac{1}{s^2+k+7} \cdot \frac{1}{3}$

$b_0=0, b_1=0, b_2=1$
 $a_1=0, a_2=k+7$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k-7 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_n \end{pmatrix}$$

JASHINE SPATARO
 STEFANO CURIA
 GABRIELE NUCARA

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u_1 \\ \dot{x}_2 = (-k-1)x_1 + 2u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{-k-1}{3}x_3 + u_2 \end{cases}$$

$$y_1 = x_1 \quad y_2 = x_3$$

$$u = u_1 = u_2 \\ y = y_1 + y_2 = x_1 + x_3$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-k-1}{3} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} u \quad y = (1 \ 0 \ 1 \ 0)x$$

Verifico l'asintotica stabilità del sistema

$$W_1 = \frac{2s+2}{s^2+k+1}$$

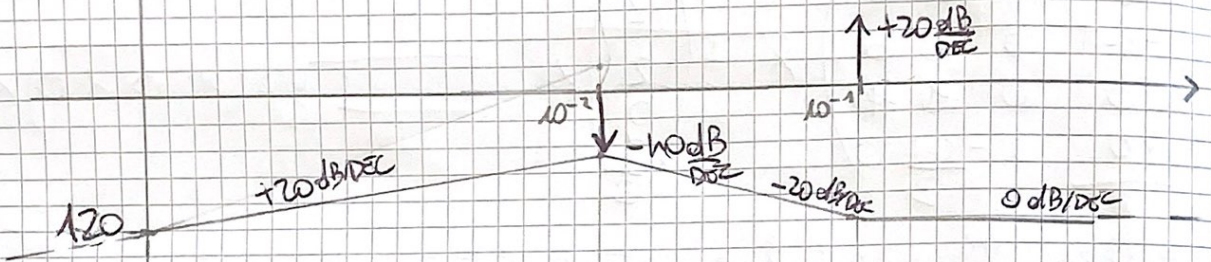
non essendo il termine di s di primo grado, W_1 non è asintoticamente stabile quindi, il sistema complessivo non è asintoticamente stabile (per l'algebra dei sistemi a blocchi)

$$W(s) = \frac{-200s(30-300s)}{60s^2+1,2s+0,006} = \frac{(-200)(s)(30)(1-10s)}{\left(\frac{s+0,01}{0,01}\right)^2 (60)(0,01)^2}$$

Bz

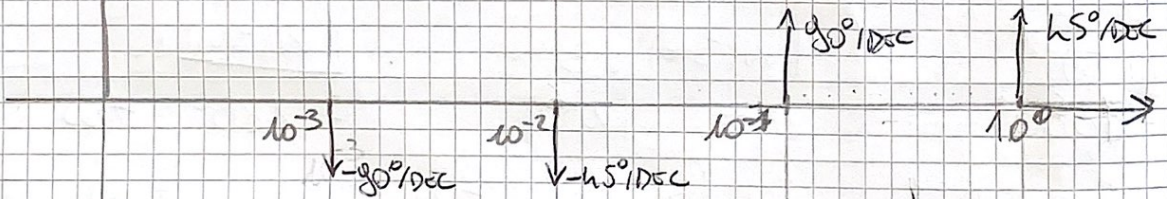
$W(s)$	$ W(j\omega) _{dB}$	$\angle W(j\omega)$
-10^6	$20 \log_{10} 10^6 $	$-180^\circ \forall \omega$
$s \quad K=1$	$20 \text{ dB/DEC} \quad \forall \omega$	$90^\circ \forall \omega$
$(1-10s) \quad K=1, T=-10$	$\omega_R = \frac{1}{10} \quad 20 \text{ dB/DEC}$	$\omega_1 = \frac{1}{100} = 10^{-2} \quad \omega_2 = 1$ $-45^\circ/\text{DEC} \quad 45^\circ/\text{DEC}$
$\left(\frac{1+s}{0,01}\right)^2 \quad K=-2, T=\frac{1}{0,01}$	$\omega_P = 0,01 \quad -40 \text{ dB/DEC}$	$\omega_1 = 10^{-3} \quad \omega_2 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$ $-90^\circ/\text{DEC} \quad 90^\circ/\text{DEC}$

$|W(s\omega)|_{dB}$



$\phi_{IN} = -90^\circ$
 $\phi_{FW} = -360^\circ$

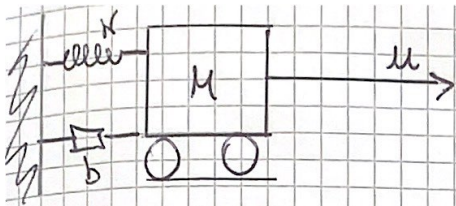
$\angle W(s\omega)$



$\phi_{IN} = -90^\circ$
 $0^\circ/\text{DEC}$

SASHINE SPATARO

ϕ_{FW}



$$u(t) = -u_0 \cdot 1(t)$$

$$u_0 = 2 \quad b = 2$$

$$k = 2 \quad M = 2$$

B3

$$u(t) = -2 \cdot 1(t)$$

$$M \ddot{s} = u - k s - b \dot{s}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/M & -b/M \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (1 \quad 0) x(t)$$

$$W(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} =$$

$$= [1 \quad 0] \cdot \frac{\begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix}}{s(s+1) + 1} = \frac{0,5}{s^2 + s + 1}$$

$$u(s) = -\frac{2}{s}$$

$$y(s) = W(s) - u(s) = -\frac{2}{s} \left(\frac{0,5}{s^2 + s + 1} \right) = -\frac{1}{s(s^2 + s + 1)}$$

$$y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left(-\frac{1}{s(s^2 + s + 1)} \right) = 0$$

$$\dot{y}(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \left(-\frac{1}{s(s^2 + s + 1)} \right) = -\frac{1}{s^2 + s + 1} = 0$$

$$\ddot{y}(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 \left(-\frac{1}{s(s^2 + s + 1)} \right) = 0 - 0 - 0 = -\frac{1}{s^2 + s + 1} = -1$$

$$y_{\text{st}} = -2 \cdot \frac{0,5}{1} = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

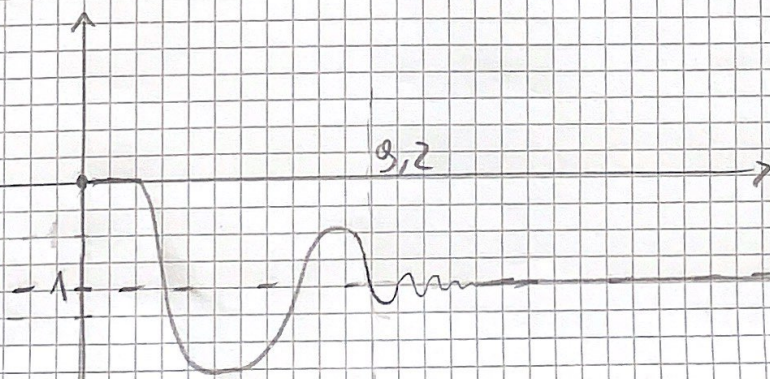
$$\Delta = 1 - 4 = -3$$

$$T_{\text{osc}} = \frac{2\pi}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 7,25$$

$$t_{0,1} = \frac{4,6}{1/2} = 9,2$$

$$s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \begin{cases} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$N_{\text{osc}} = \frac{9,2}{7,25} = 1,26$$

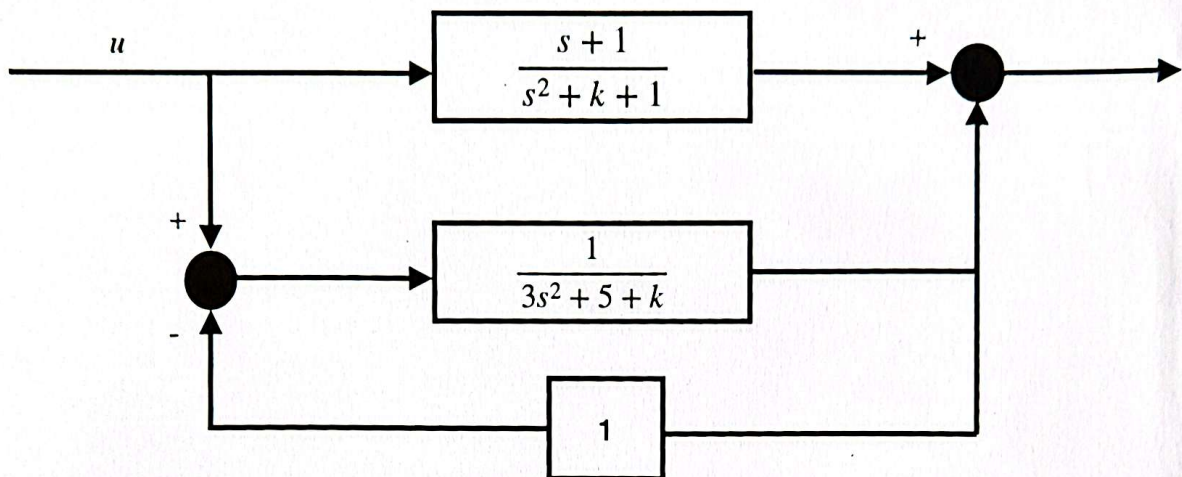


JASMINE SPATARO

Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo/Automatica
23/09/2022

Prova A

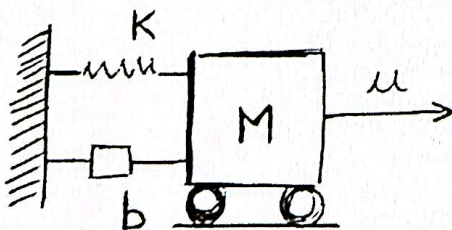
A1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile



A2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-200s(5-5s)}{100s^2 + 2s + 0.01}$$

A3. Tracciare la risposta qualitativa del sistema in figura ad un segnale di tipo gradino $u(t) = -u_0 1(t)$ con $u_0 = 1, k = 1, b = 1, M = 1$.



Tempo a disposizione: 2,5 ore

Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome:

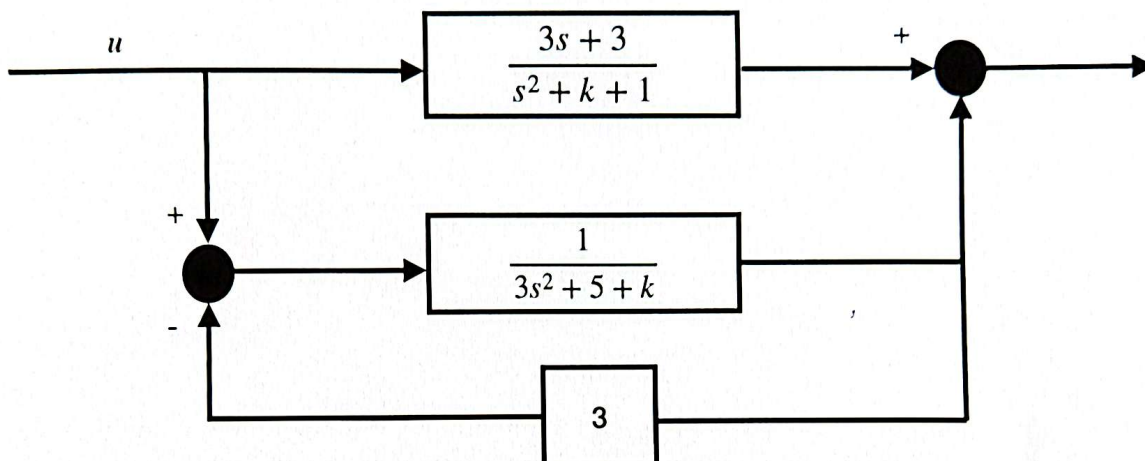
Matricola:

Orale: # 26 Settembre ore 9.00

Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo/Automatica
23/09/2022

Prova D

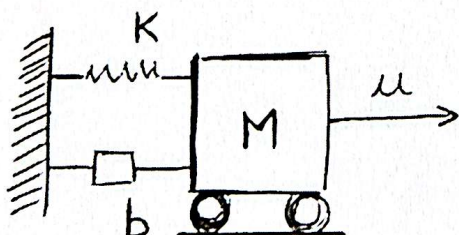
C1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile



C2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-2000s(100 - 1000s)}{2(100s^2 + 4s + 0.01)}$$

C3. Tracciare la risposta qualitativa del sistema in figura ad un segnale di tipo gradino $u(t) = -u_0 1(t)$ con $u_0 = 3, k = 3, b = 3, M = 3$.



Tempo a disposizione: 2,5 ore

Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome:

Matricola:

Orale: # 26 Settembre ore 9.00