

Automatica

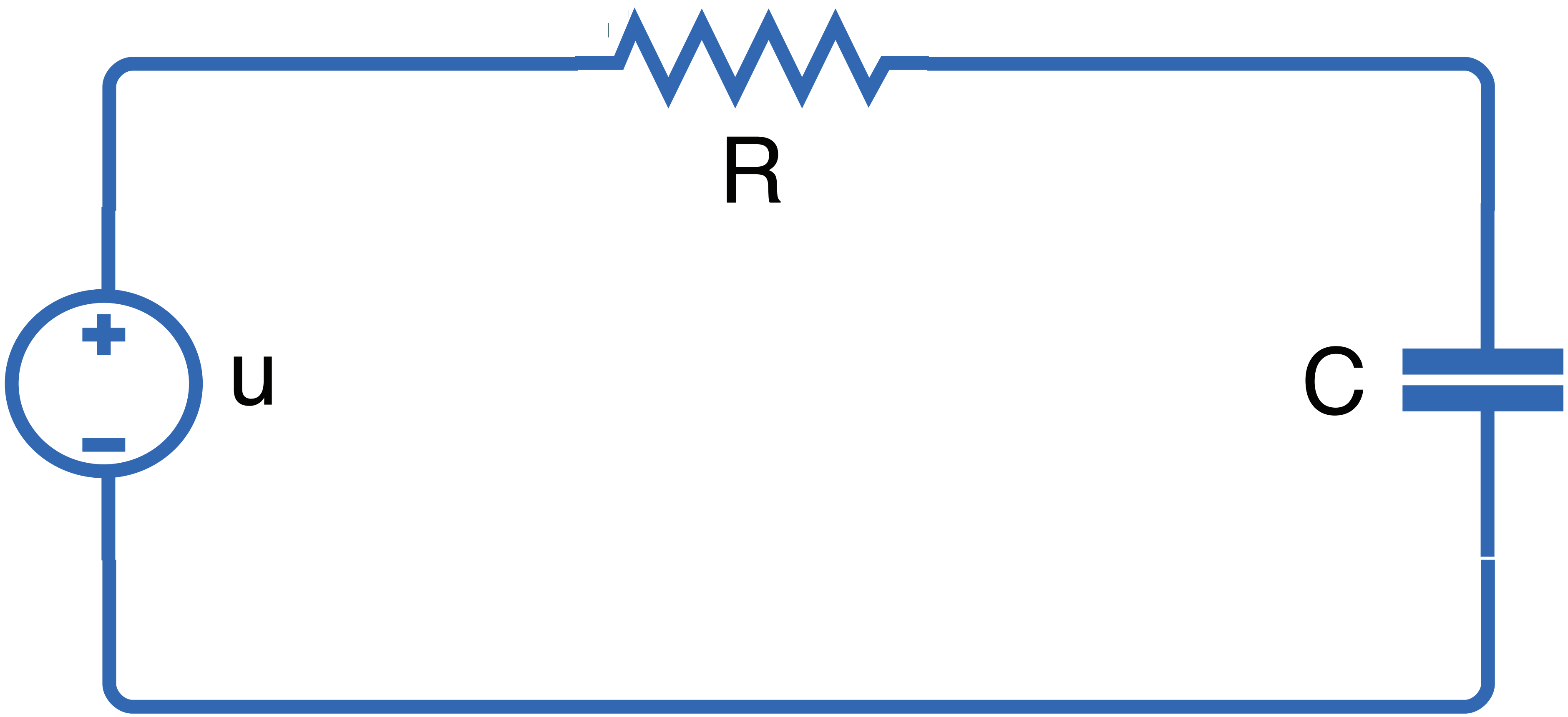
A.A. 2023/2024

1. RISPOSTA A REGIME

2. TEMPO DI ASSESTAMENTO

ESEMPIO

- Si consideri il seguente circuito RC . Si consideri un forzamento costante



ESEMPIO

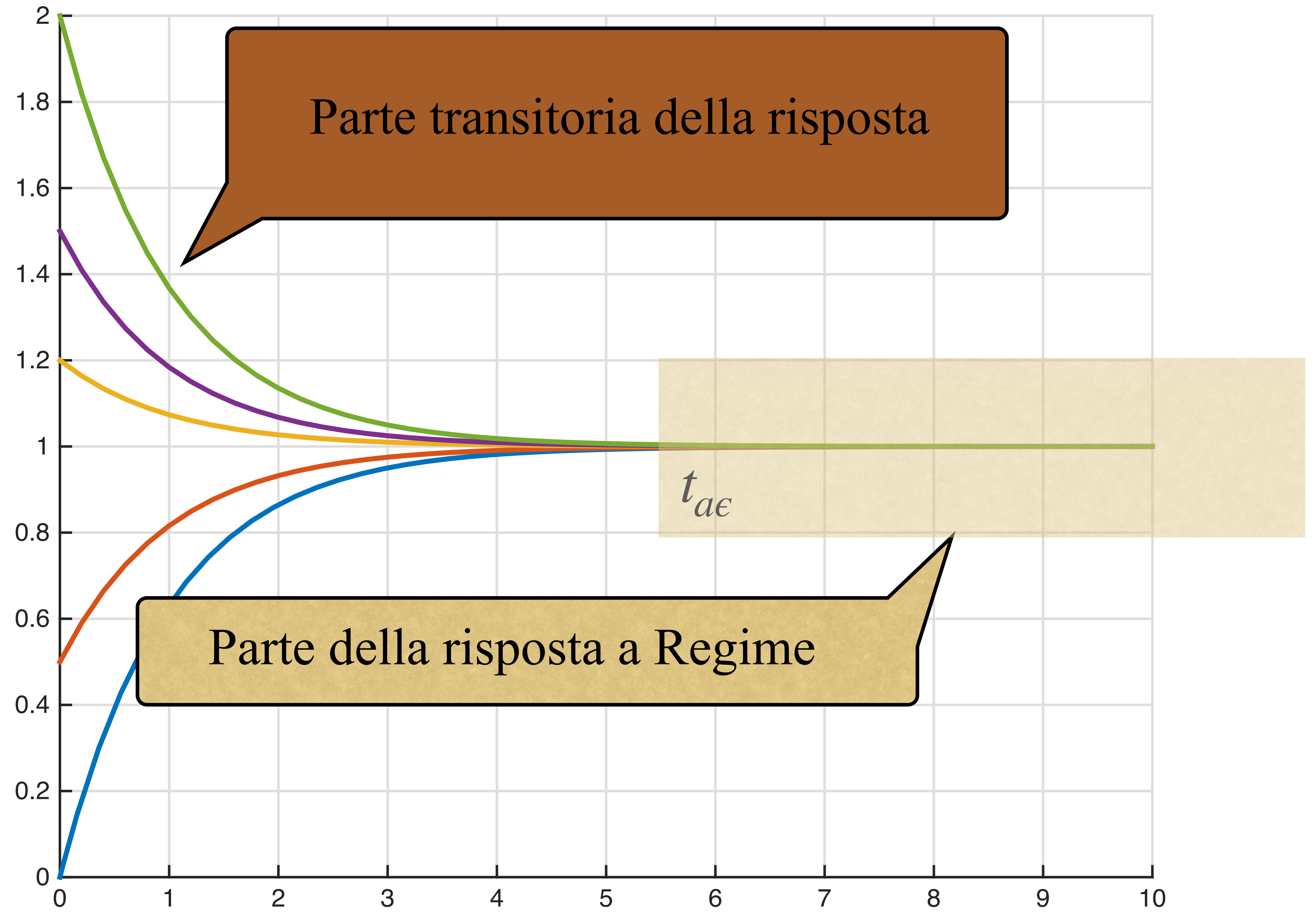
$$\begin{cases} \dot{V}_C(t) = -V_C(t) + u(t) \\ y(t) = V_C(t) \end{cases} \qquad u(t) = 1V \qquad R = 1,\ C = 1$$

$$Y(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot x_0 + \left(C \cdot (sI - A)^{-1} B + D \right) \frac{1}{s} = \cdots$$

$$\cdots = (s+1)^{-1} \cdot x_0 + (s+1)^{-1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{x_0}{s+1} + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s}$$

$$y(t) = (e^{-t} x_0 - e^{-t} + 1) \cdot 1(t)$$

TENSIONE AI CAPI DEL CONDENSATORE AL VARIARE DELLA TENSIONE INIZIALE



$$y(t) = (e^{-t}x_0 - e^{-t} + 1) \cdot 1(t)$$

RISPOSTA A REGIME

- Si consideri un Sistema Lineare Stazionario Asintoticamente Stabile.
- La risposta del sistema può essere decomposta temporalmente in Transitoria e a Regime
- **La Risposta a Regime** è la porzione di risposta che si ottiene a transitorio esaurito (non dipende dalla condizione iniziale)

$$y_\infty(t) = \lim_{t_0 \to -\infty} \int_{t_0}^{t} W(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

- Il tempo necessario perché la risposta del sistema vada a regime è detto tempo di assestamento $t_{a\epsilon}$ e dipende dalle caratteristiche del sistema

RISPOSTA A REGIME A SEGNALI NOTEVOLI

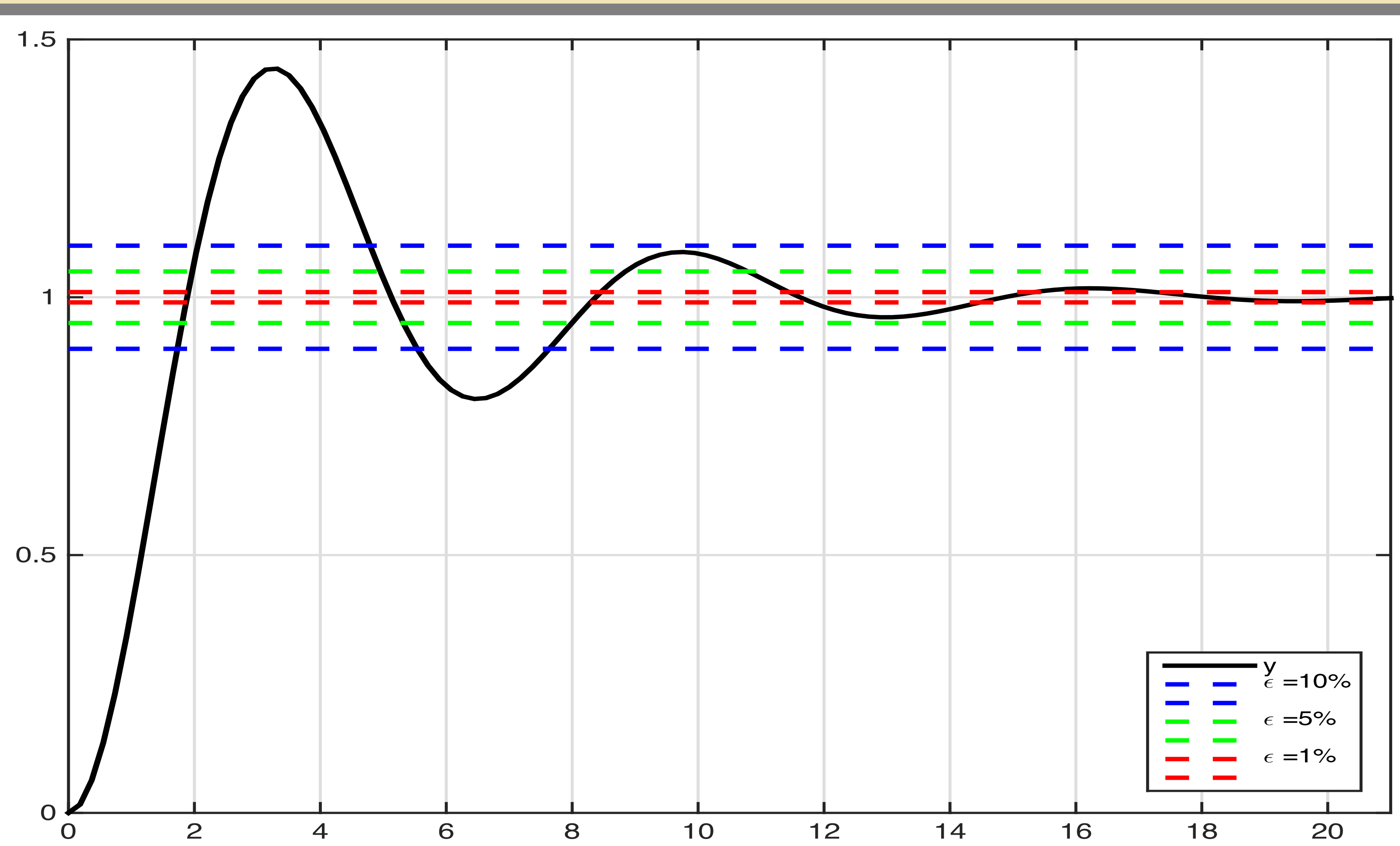
- Si consideri un Sistema Lineare Stazionario Asintoticamente Stabile.

$u(t) = U_0$	$y_\infty(t) = W(s)\vert_{s=0} U_0$
$u(t) = U_0 \cdot t$	$y_\infty(t) = W(s)\vert_{s=0} U_0 \cdot t + \frac{dW(s)}{ds}\vert_{s=0} \cdot U_0$
$u(t) = U_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$	$y_\infty(t) = W(s)\vert_{s=\lambda} U_0 e^{\lambda t}$
$u(t) = U_0 \cdot sin(\omega t + \phi)$	$y_\infty(t) = U_0 \cdot \vert W(s)\vert_{s=j\omega} sin(\omega t + \phi + \alpha)$ $\alpha = \angle W(s)\vert_{s=j\omega}$

TEMPO DI ASSESTAMENTO

- Si consideri un Sistema SISO Lineare Stazionario **Asintoticamente Stabile** a guadagno positivo $W(s)|_{s=0} > 0$, forzato con un segnale di tipo gradino.
- Si definisce **Tempo di Assestamento all'epsilon percentuale** il tempo necessario affinchè

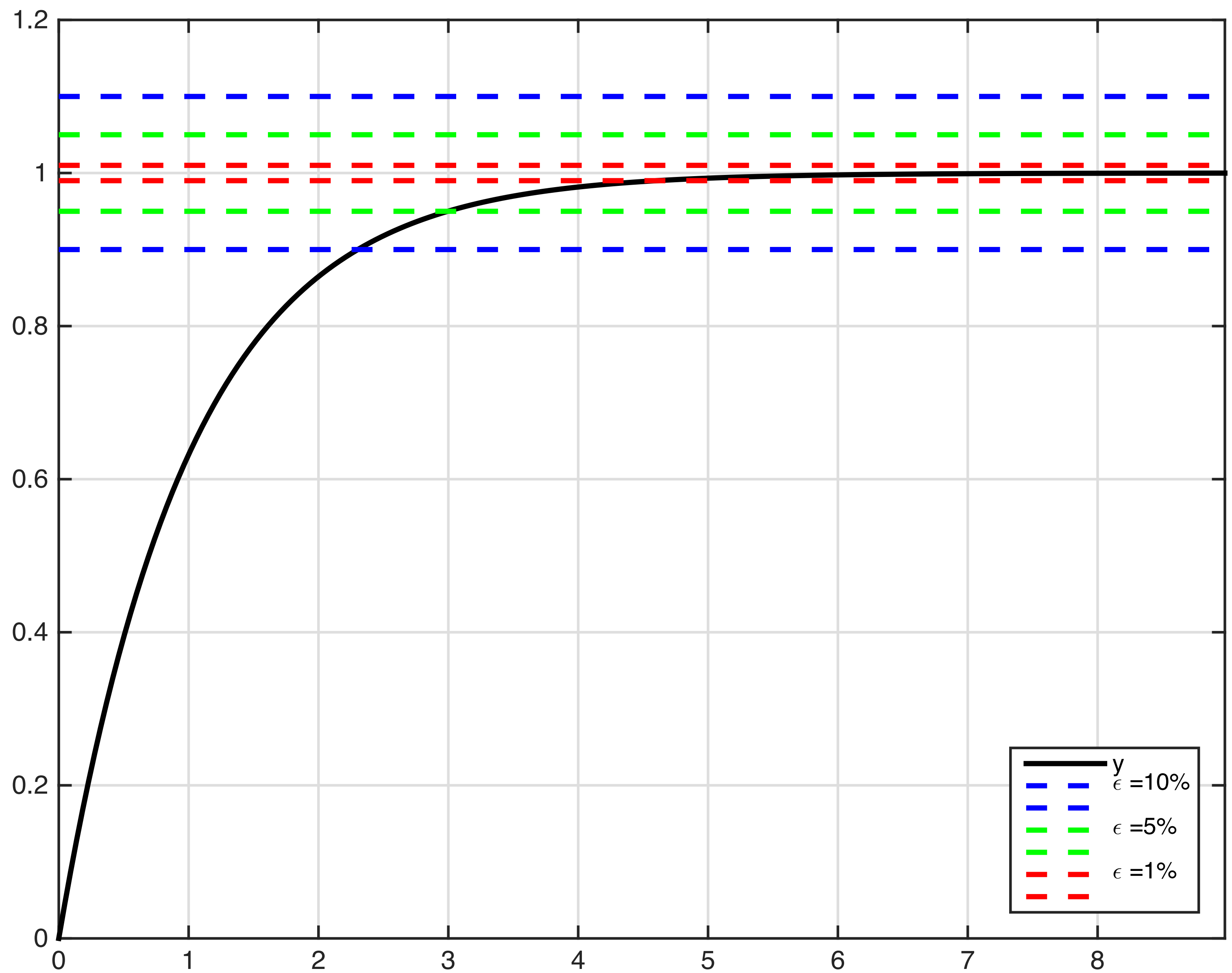
$$y_\infty(1 - 0.01 \cdot \epsilon) \leq y(t) \leq y_\infty(1 + 0.01 \cdot \epsilon)$$



SISTEMA PRIMO ORDINE

$W(s) = \dfrac{\mu}{1 + s\tau}, \ \tau > 0$	$y(t) = U_0\mu\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)1(t)$	$t_{a\epsilon} = -\tau \cdot ln(0.01 \cdot \epsilon)$

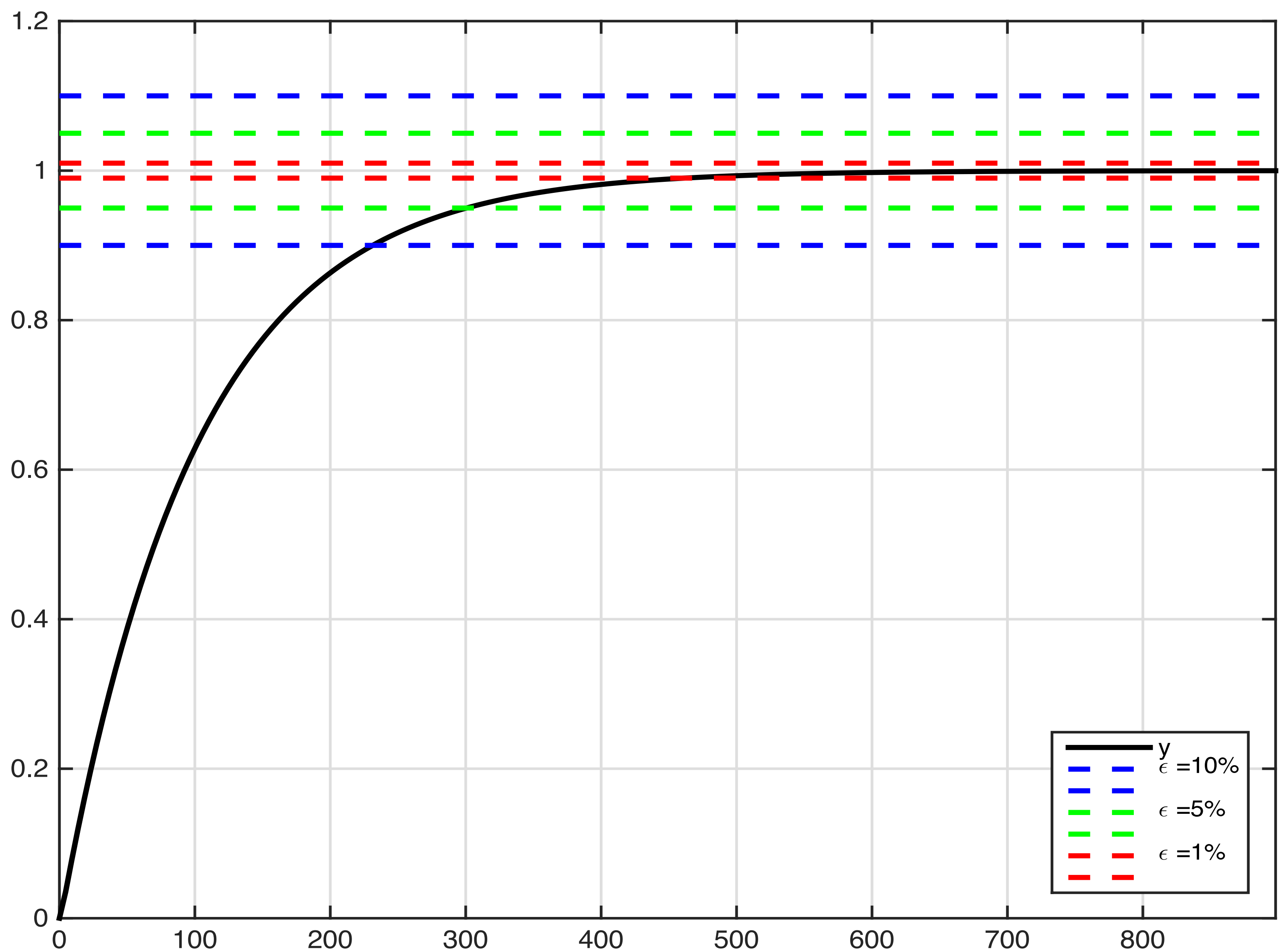
$\mu = 1, \ \tau = 1, \ U_0 = 1$



SISTEMA SECONDO ORDINE : POLI REALI E DISTINTI

$W(s) = \dfrac{\mu}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$	$y(t) = U_0\mu\left(1 - \dfrac{\tau_1}{\tau_1-\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \dfrac{\tau_2}{\tau_1-\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)1(t)$	$\tau_1 >> \tau_2$ $t_{a\epsilon} = -\tau_1 \cdot ln(0.01 \cdot \epsilon)$

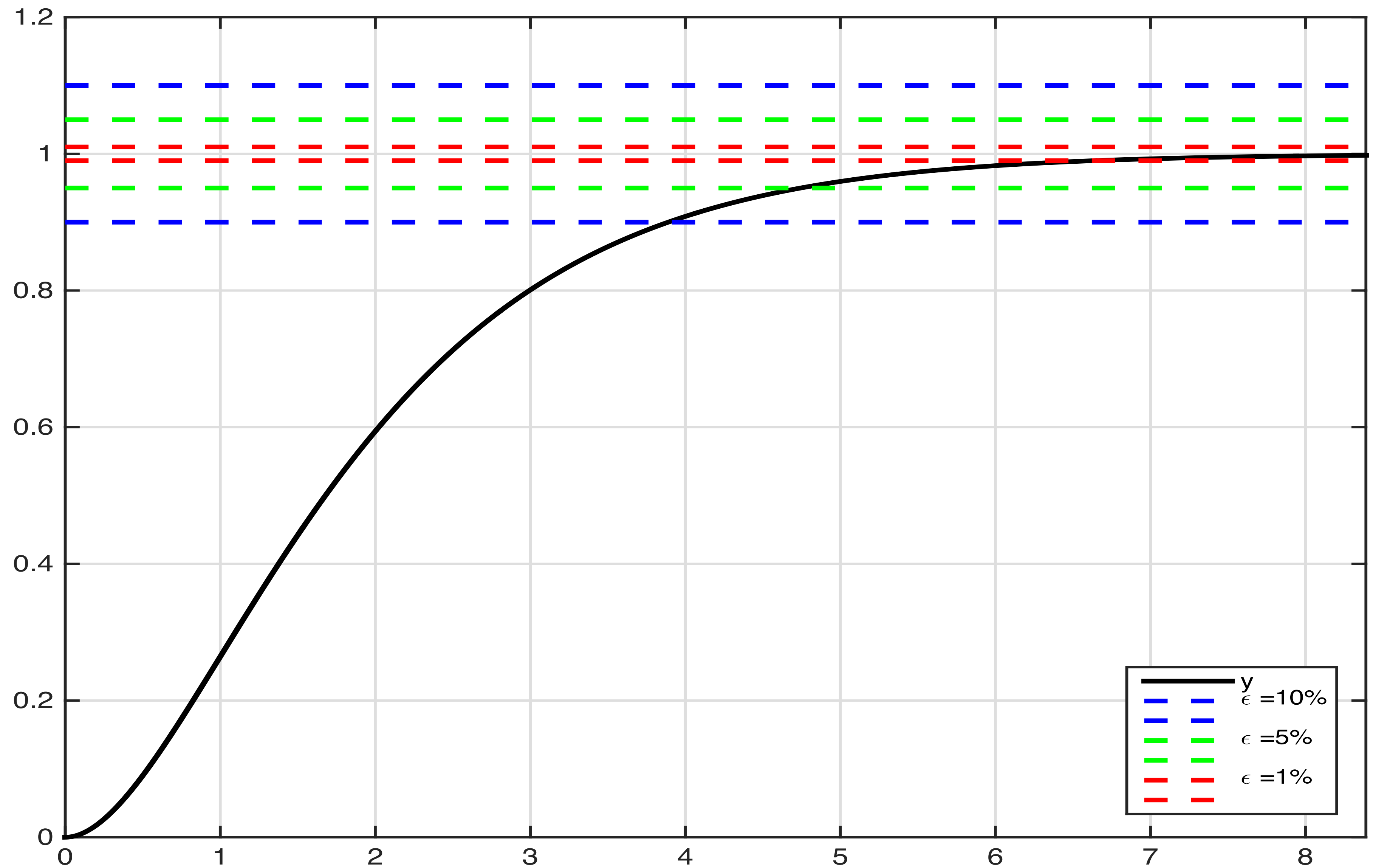
$\mu = 1,\ \tau_1 = 100,\ \tau_2 = 1,\ U_0 = 1$



SISTEMA SECONDO ORDINE : POLI REALI E COINCIDENTI

$W(s) = \dfrac{\mu}{(1+s\tau)^2} \quad \tau > 0$	$y(t) = U_0\mu\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \dfrac{t}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)1(t)$

t_{a10}	3.89τ
t_{a5}	4.74τ
t_{a1}	6.64τ



$\mu = 1, \ \tau = 1, \ U_0 = 1$

SISTEMA SECONDO ORDINE : POLI COMPLESSI E CONIUGATI

$W(s) = \frac{\mu\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2},\ 0 < \zeta < 1,\ \omega_n > 0$	$t_{a\epsilon} = -\frac{1}{\zeta\omega_n} \cdot ln(0.01 \cdot \epsilon)$

$$y(t) = U_0\mu\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t} sin\left(\omega_n t\sqrt{1-\zeta^2} + cos^{-1}\zeta\right)\right)1(t)$$

$\mu = 1,\ \omega_n = 1,\ \zeta = 0.5,\ U_0 = 1$