Controlli Automatici

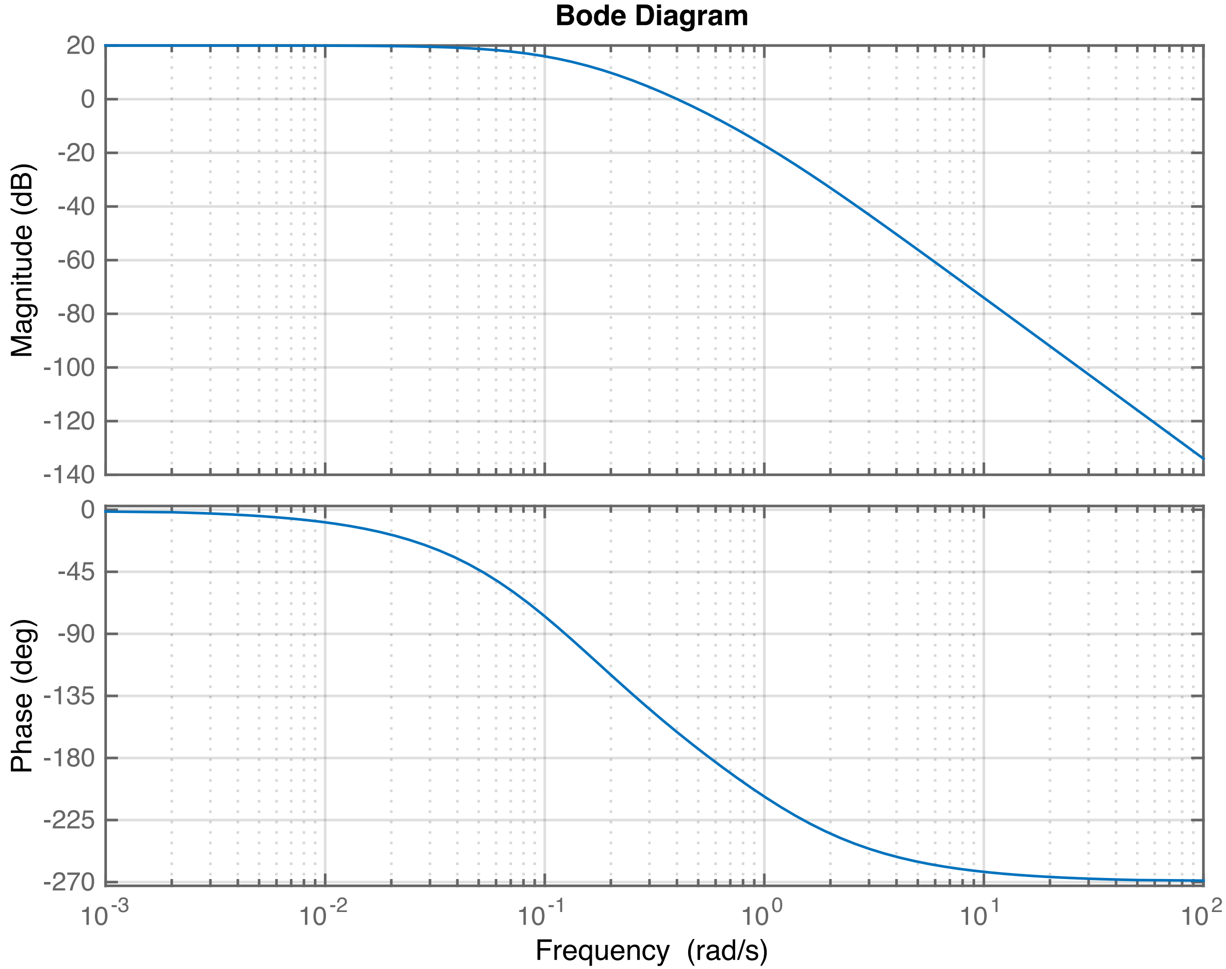
LM-29 Ingegneria Elettronica - A.A. 2015/2016

- ***Esempi di progetto***
- ***Reti Correttrici***

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, delle Infrastrutture e dell'Energia Sostenibile (DIIES)

Esempio #1

Si consideri il sistema
$$G(s)=\frac{10}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$



Esempio #1

Si consideri il sistema $$G(s)=\frac{10}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

Si progetti un regolatore che garantisca le seguenti prestazioni:

$|e_\infty|\leq 0.1$ in corrispondenza di $r(t)=1(t)$

$\omega_c \geq 0.2$

$\phi_m \geq 60°$

Soluzione A: Inserimento polo in zero e zero in bassa frequenza

$$C(s)=K\frac{(1+Ts)}{s}$$

Il requisito statico è garantito qualunque sia T e qualunque sia il guadagno K (g=1)

Per tarare T, procedo per tentativi, verificando se con la correzione del guadagno K è possibile garantire i requisiti in termini di banda passante e margine di fase

Esempio #1

Si consideri il sistema $$G(s)=\frac{10}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

Si progetti un regolatore che garantisca le seguenti prestazioni:

$|e_\infty| \le 0.1$ in corrispondenza di $r(t)=1(t)$

$\omega_c \ge 0.2$

$\phi_m \ge 60°$

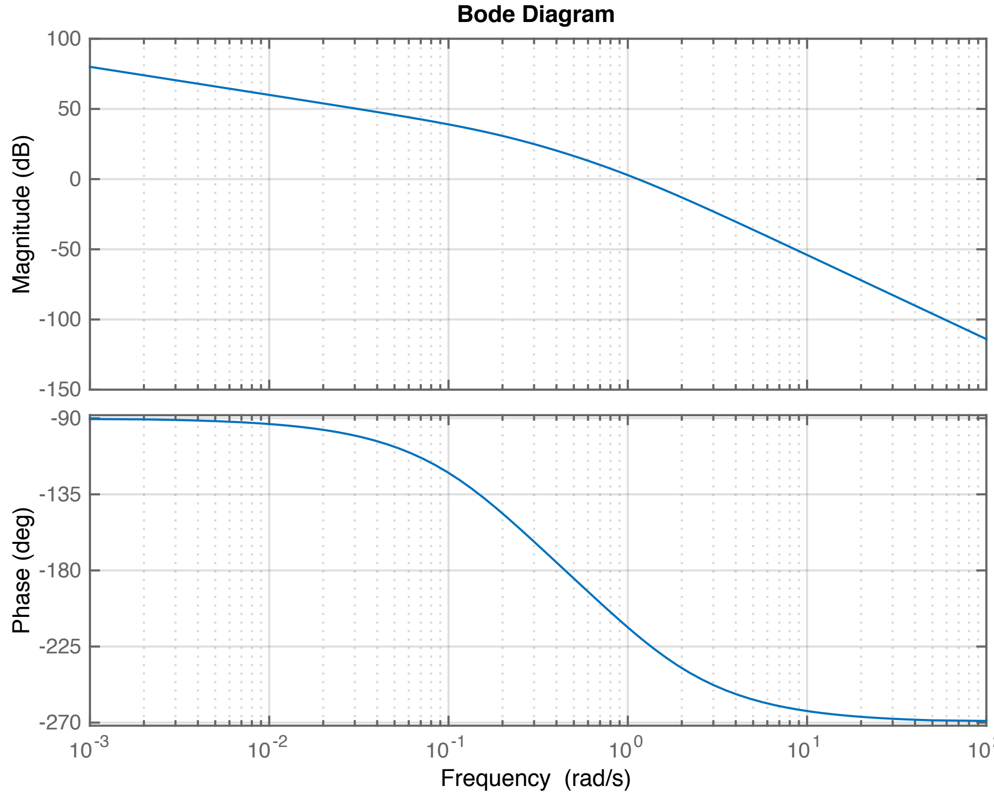
Tentativo 1: T=10

$$C^*(s)=\frac{(1+10s)}{s}$$

$$L(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=C^*(j\omega)G(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=$$

$$=34.66e^{-j(146.31\cdot\pi/180)}$$

$$\phi_m=180-146.31<60$$



Esempio #1

Si consideri il sistema $$G(s)=\frac{10}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

Si progetti un regolatore che garantisca le seguenti prestazioni:

$$|e_\infty| \le 0.1 \quad \text{in corrispondenza di } r(t)=1(t)$$

$$\omega_c \ge 0.2$$

$$\phi_m \ge 60°$$

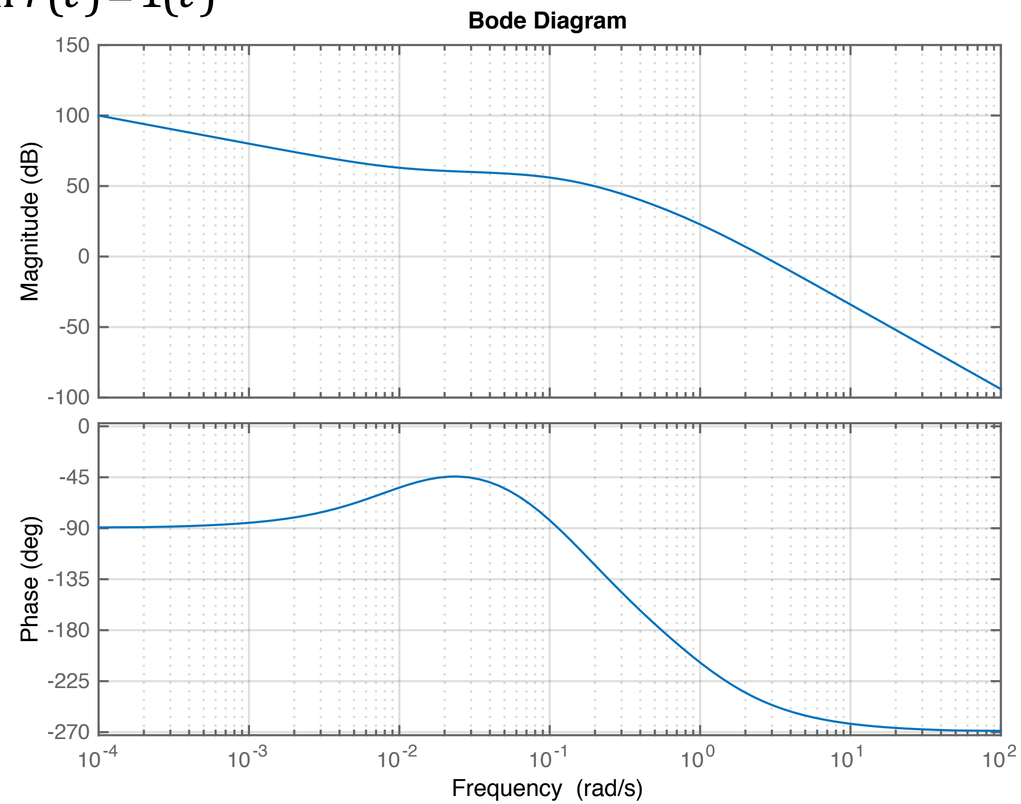
Tentativo 2: T=100

$$C^*(s)=\frac{(1+100s)}{s}$$

$$L(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=C^*(j\omega)G(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=$$

$$=310.47e^{-j(122.6\cdot\pi/180)}$$

$$\phi_m=180-122.6<60$$



Esempio #1

Si consideri il sistema $$G(s)=\frac{10}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

Si progetti un regolatore che garantisca le seguenti prestazioni:

$|e_\infty| \le 0.1$ in corrispondenza di $r(t)=1(t)$

$\omega_c \ge 0.2$

$\phi_m \ge 60°$

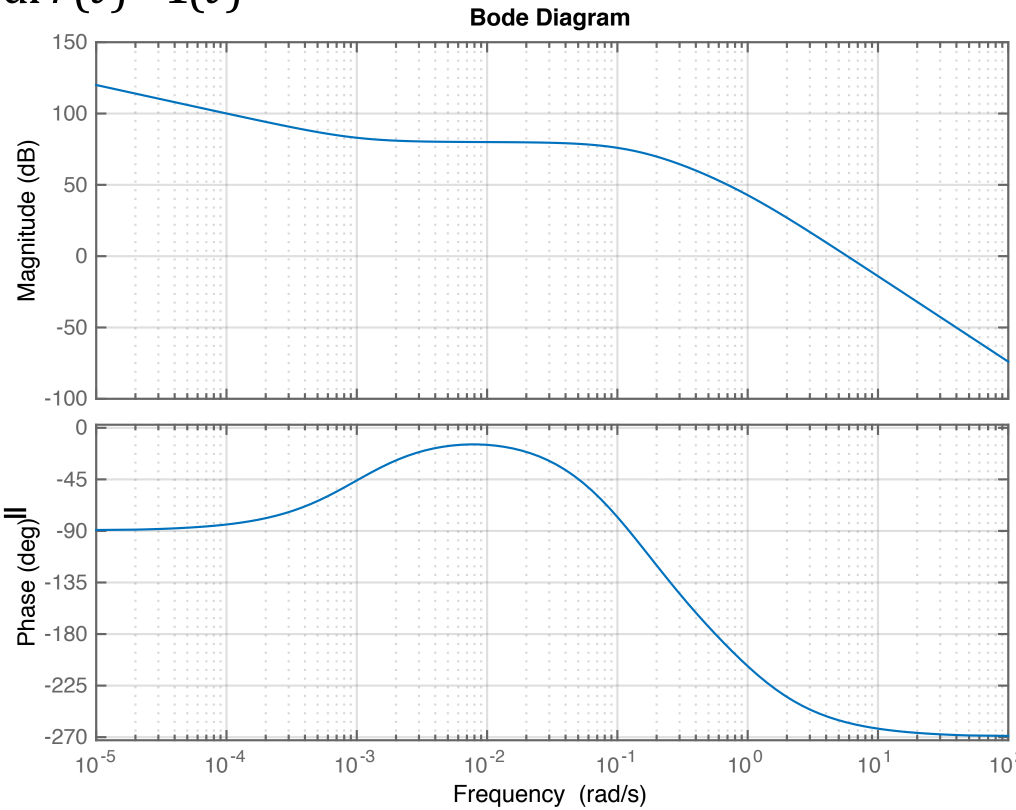
Tentativo 3: T=1000

$$C^*(s)=\frac{(1+1000s)}{s}$$

$$L(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=C^*(j\omega)G(j\omega)\Big|_{\omega=0.2}=$$

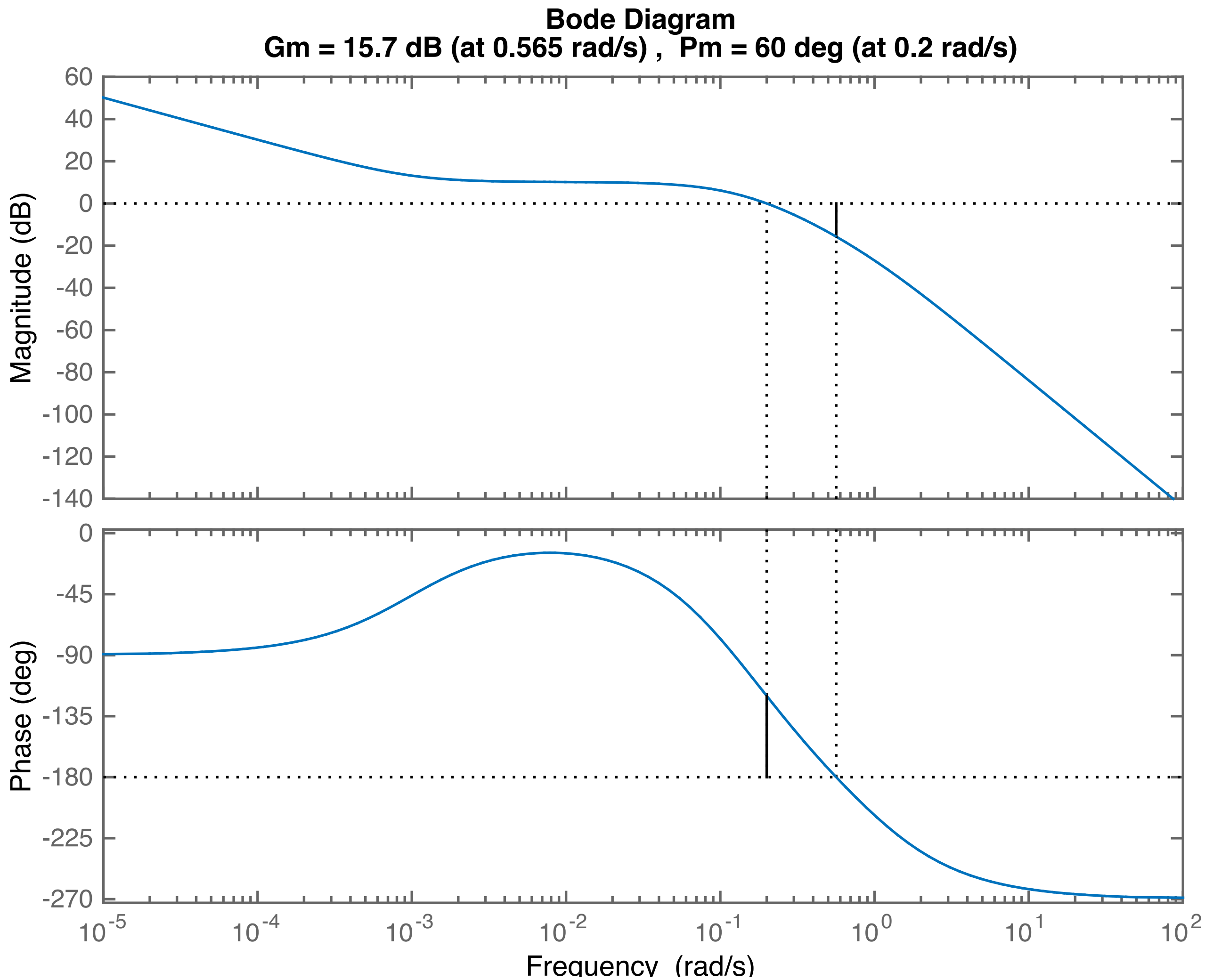
$$=3100e^{-j(120\cdot\pi/180)}$$

$$\phi_m=180-120=60$$



Esempio #1

Scelgo K=1/3100 tale da portare la pulsazione di attraversamento a 0.2 rad/s



Esempio #2

Si consideri il sistema

$$G(s) = \frac{-0.5}{s\left(s^2 + 3.5s + 1\right)}$$

Si progetti un regolatore che garantisca le seguenti prestazioni:

$|e_\infty| = 0$ in corrispondenza di $r(t) = 1(t)$

$\left|W_{DE}\right|_{db} \leq -25db \qquad \omega \leq 0.01$

$\left|W_{NE}\right|_{db} \leq -48db \qquad \omega \geq 100$

$t_{a5} \leq 35s \qquad S_{\%} \leq 55\%$

Poiché la funzione G(s) contiene l'eccesso polo-zero in zero necessario a garantire le prestazioni statiche (g=1), considero un semplice guadagno negativo affinchè la funzioni di anello complessiva possa soddisfare il criterio di Bode

$$C_S(s) = -1$$

Esempio #2

$$\left|W_{DE}\right|_{db} \leq -25db \qquad \omega \leq 0.01$$

Affichè ci sia una attenuazione di almeno 25 db sul canale DE, occorre che

$$\left|S(j\omega)\right|_{db} = \left|\frac{1}{1+L(j\omega)}\right|_{db} \leq -25db \qquad \omega \leq 0.01$$

In bassa frequenza, per grandi valori di $\left|L(j\omega)\right|$

$$\left|S(j\omega)\right| \approx \left|\frac{1}{L(j\omega)}\right|$$

$$\left|S(j\omega)\right|_{db} \approx -\left|L(j\omega)\right|_{db}$$

Dunque, affinchè $\left|W_{DE}\right| \leq -25db \qquad \omega \leq 0.01$ occorre che

$$\left|L(j\omega)\right|_{db} \geq 25db \qquad \omega \leq 0.01$$

Esempio #2

$$\left|W_{NE}\right|_{db} \le -48db \qquad \omega \ge 100$$

Affichè ci sia una attenuazione di almeno 25 db sul canale N-E occorre che

$$\left|F(j\omega)\right|_{db} = \left|\frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right|_{db} \le -48db \qquad \omega \ge 100$$

In altafrequenza, per piccoli valori di $\left|L(j\omega)\right|$

$$\left|F(j\omega)\right|_{db} \approx \left|L(j\omega)\right|_{db}$$

Dunque, affinchè $\left|W_{NE}\right|_{db} \le -48db \quad \omega \ge 100$ occorre che

$$\left|L(j\omega)\right|_{db} \le -48db \qquad \omega \ge 100$$

Esempio #2

$t_{a5} \leq 35s \qquad S_{\%} \leq 55\%$

Si consideri un sistema del secondo ordine a poli complessi e coniugati sollecitato da un gradino di ampiezza unitaria $W(s) = \dfrac{\mu}{\dfrac{s^2}{\omega_c^2} + \dfrac{2\xi s}{\omega_c} + 1} \qquad 0 \leq \xi \leq 1, \omega_c > 0$

$$y(t) = \mu\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_c t} \sin\left(\omega_c t\sqrt{1-\xi^2} + \arccos\xi\right)\right)1(t)$$

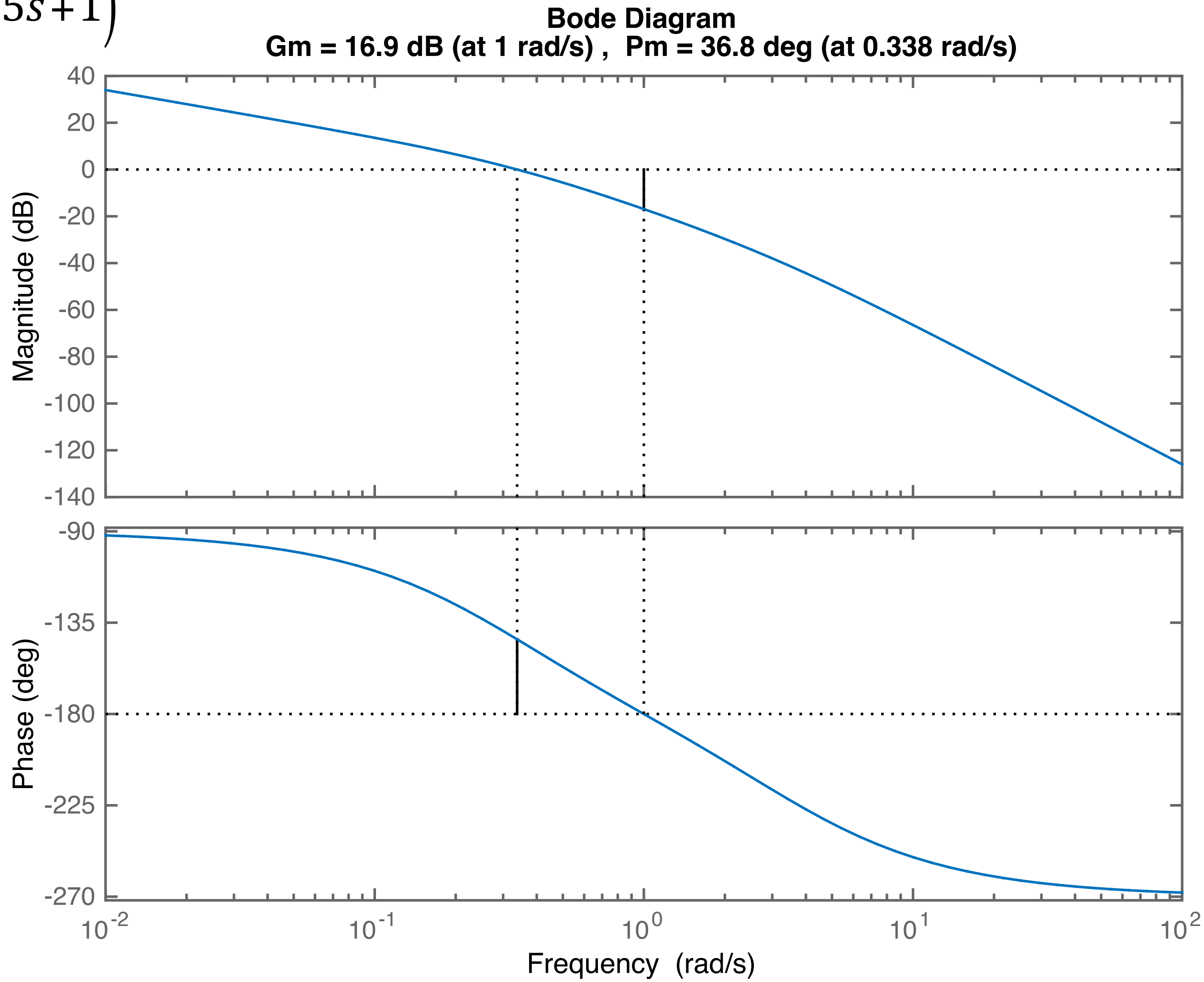
$$S_{\%} = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \leq 55 \Rightarrow \xi \geq 0.187 \qquad t_{a\varepsilon} \approx -\frac{\ln(0.01\varepsilon)}{\xi\omega_c} \leq 35 \Rightarrow \omega_c \geq 0.45$$

$$\xi = \sin\frac{\phi_m^*}{2} \Rightarrow \phi_m^* = 2arc\sin\xi \approx 22°$$

$$\phi_m \geq 22° + \left\{5° \sim 10°\right\} \approx \left\{27° \sim 32°\right\} \qquad \omega_c \geq 0.45$$

Esempio #2

$$C_S(s)\cdot G(s)=\frac{0.5}{s\left(s^2+3.5s+1\right)}$$



Esempio #2

Considero la specifica in bassa frequenza:

$$\left|L(j\omega)\right|_{db} \geq 25db \qquad \omega \leq 0.01$$

Per pulsazioni inferiori a 0.01 *rad/s*

$$\left|C_s(j\omega)G(j\omega)\right| \geq 33db$$

Considero i requisiti relativi al margine di fase e frequenza di attraversamento

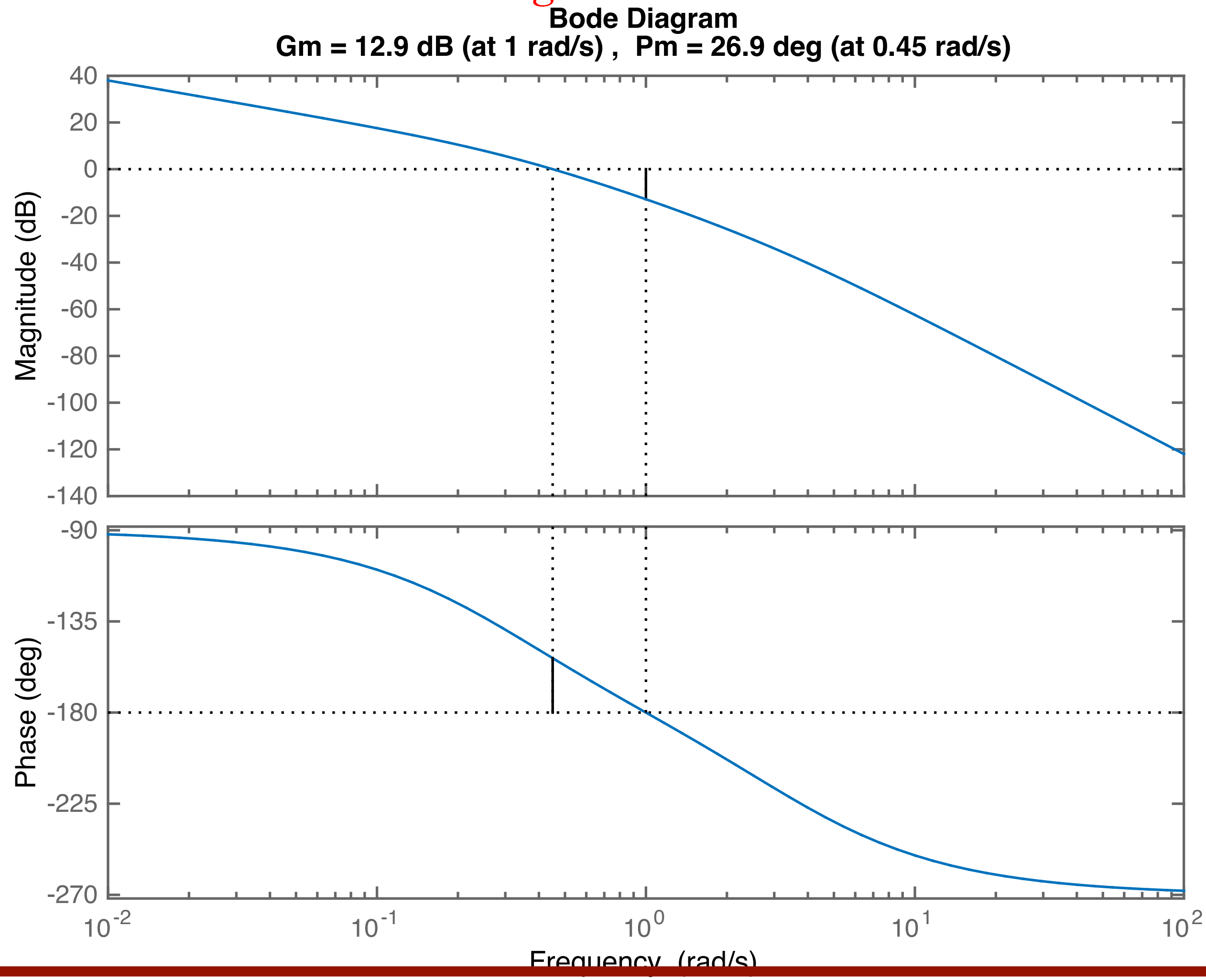
$$\phi_m \geq \left\{27° \sim 32°\right\} \qquad \omega_c \geq 0.45$$

Attualmente la frequenza di attraversamento è circa 0.338 *rad/s* .

Voglio incrementare la frequenza di attraversamento fino a 0.45 rad/s garantendo il vincolo sul margine di fase

Esempio #2

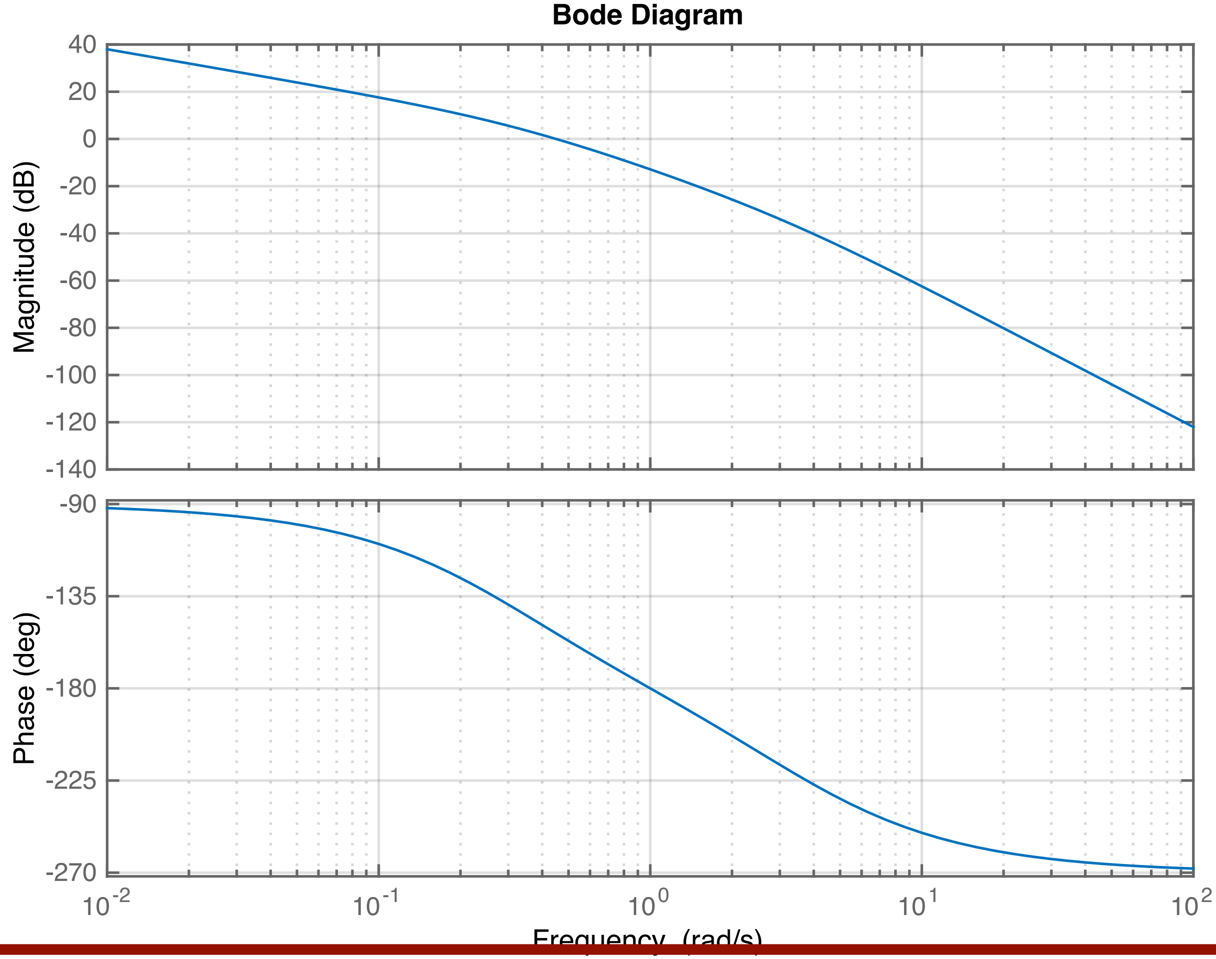
Soluzione #1: Utilizzo un guadagno positivo maggiore di uno per incrementare la banda passante fino a 0.45 rad/s. *Scelgo K=1.5889*



Esempio #2

Soluzione 1: Considero la specifica in alta frequenza

$$\left|L(j\omega)\right|_{db} \leq -48db \qquad \omega \geq 100$$



Esempio #2

Soluzione #2: Giudico non sufficiente il margine di fase ottenuto con un semplice guadagno reale K.

Considero il guadagno complesso $Me^{j\phi}$

$$M = 1.5889, \phi = 10°$$

Voglio tarare la funzione di trasferimento della rete anticipatrice

$$C_{LEAD}(s) = \frac{1+sT}{1+s\tau}$$

tale che

$$\left|C_{LEAD}(j0.45)\right| = 1.5889 > 0$$

$$\left\langle C_{LEAD}(j0.45)\right\rangle = 10° > 0$$

$$\frac{1+j\omega T}{1+j\omega\tau} = Me^{j\phi}$$

$$1+j\omega T = M(\cos\phi + j\sin\phi)\left(1+j\omega\tau\right)$$

$$1+j\omega T = M\cos\phi + j\omega\tau M\cos\phi + jM\sin\phi - \omega\tau M\sin\phi$$

Esempio #2

Soluzione #2:

$$\begin{cases} M\cos\phi - \omega\tau M\sin\phi = 1 \\ \omega\tau M\cos\phi + M\sin\phi = \omega T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{M - \cos\phi}{\omega\sin\phi} \\ \\ \tau = \dfrac{M\cos\phi - 1}{M\omega\sin\phi} \end{cases}$$

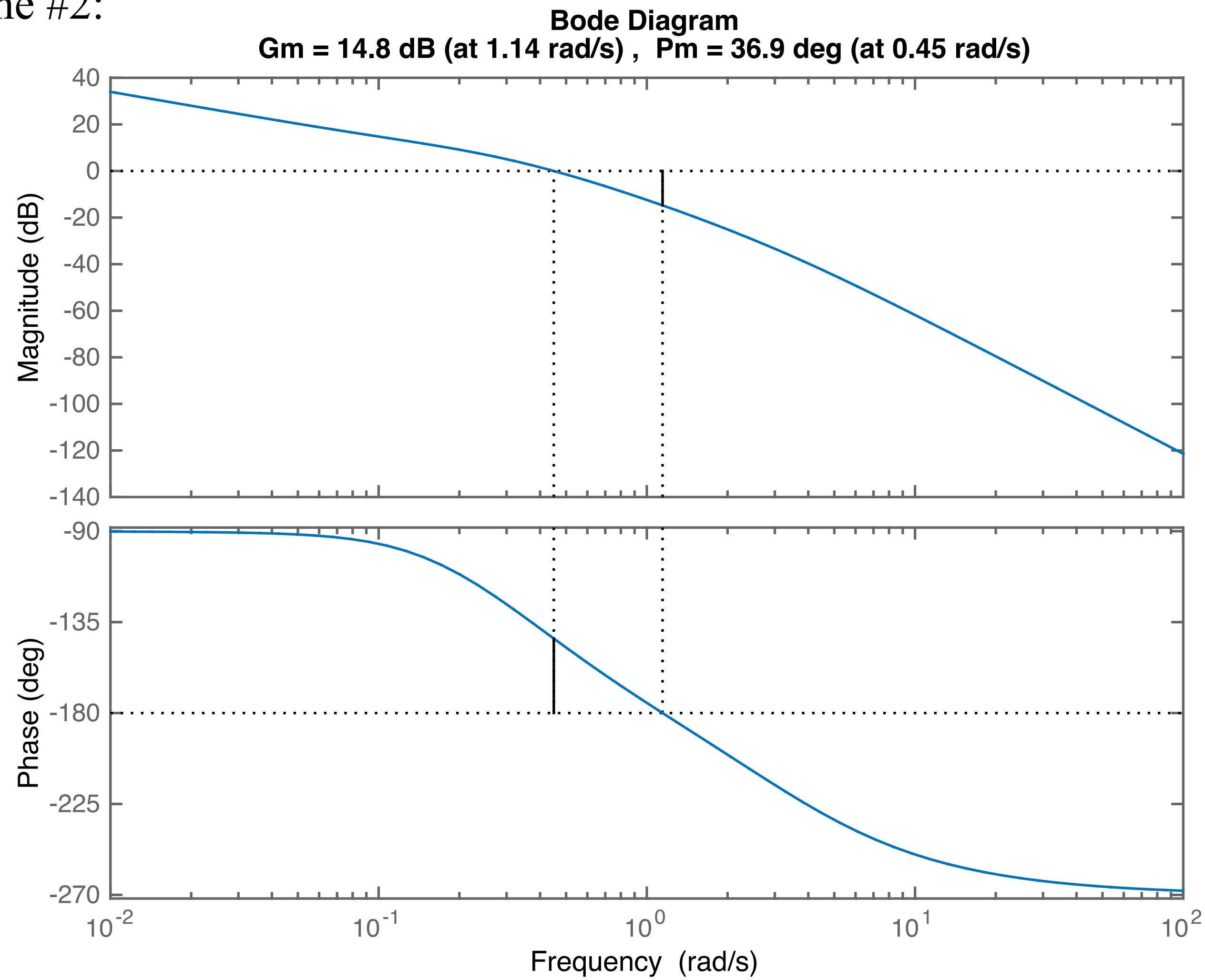
$$T = \frac{1.5889 - \cos 10°}{0.45\sin 10°} \approx 7.7307 > 0$$

$$\tau = \frac{1.5889\cos 10° - 1}{1.5889 \cdot 0.45\sin 10°} \approx 4.5488 > 0$$

$$C_{LEAD}(s) = \frac{1 + 7.7307s}{1 + 4.5488s}$$

Esempio #2

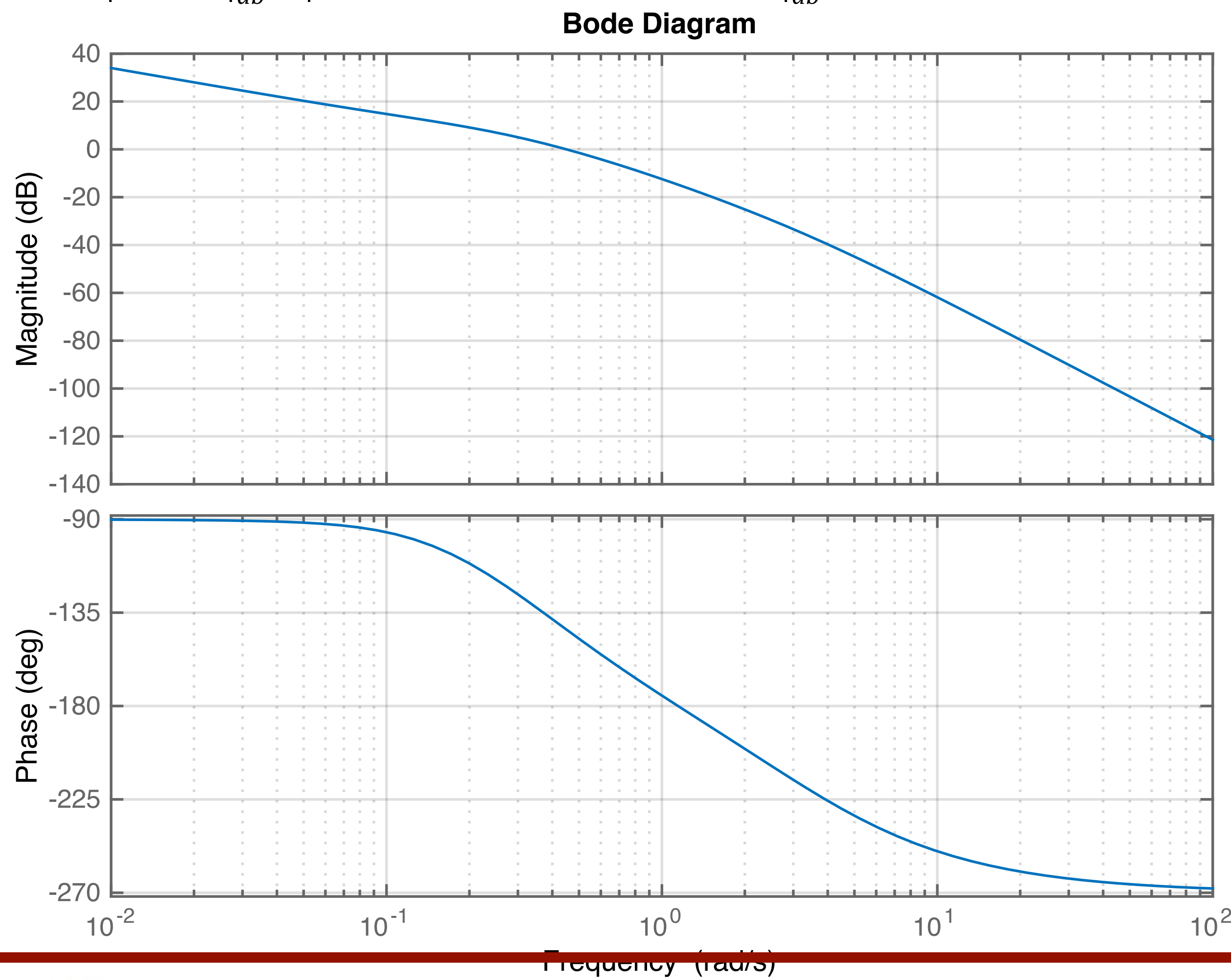
Soluzione #2:



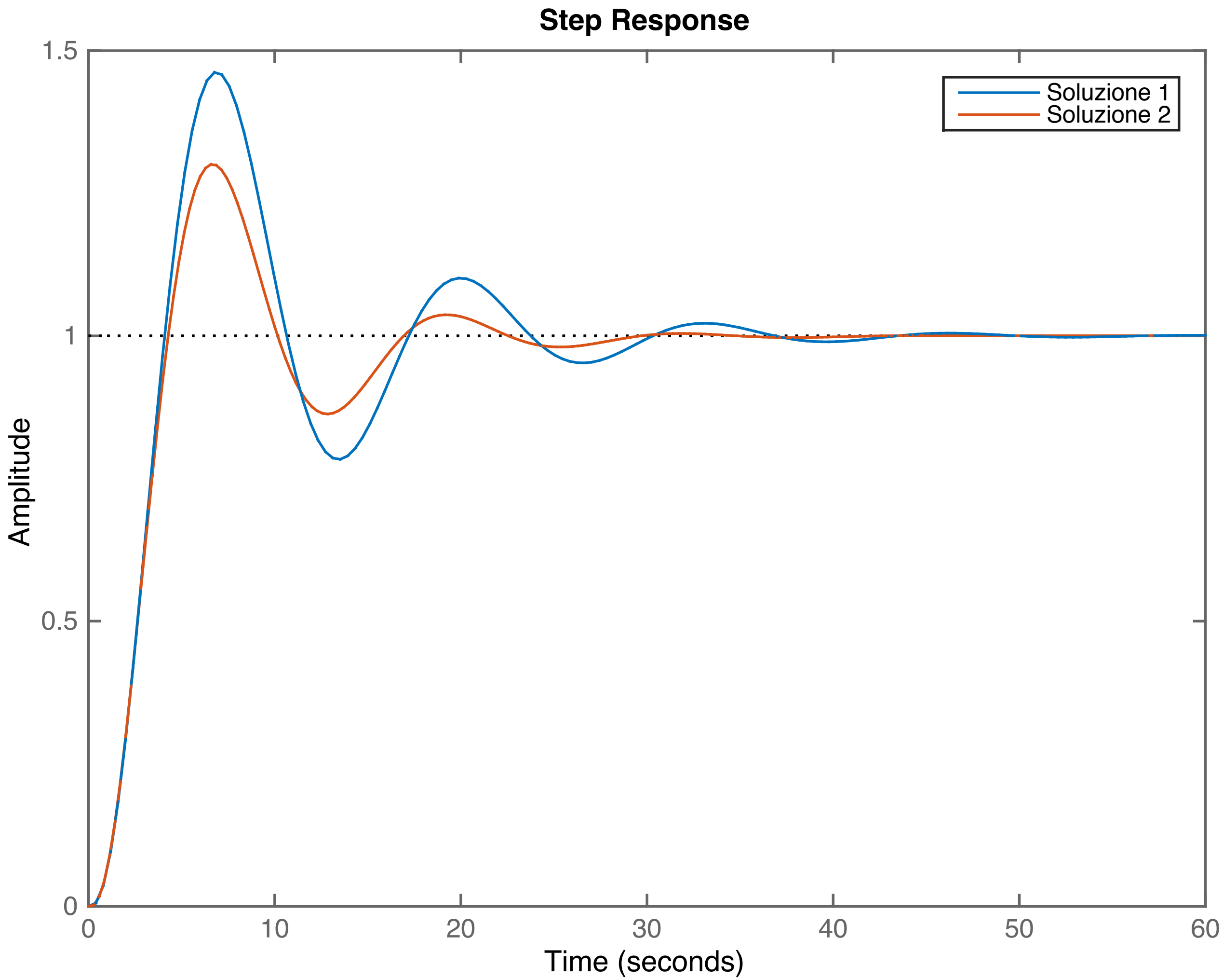
Esempio #2

Soluzione 2: Considero la specifica in alta frequenza

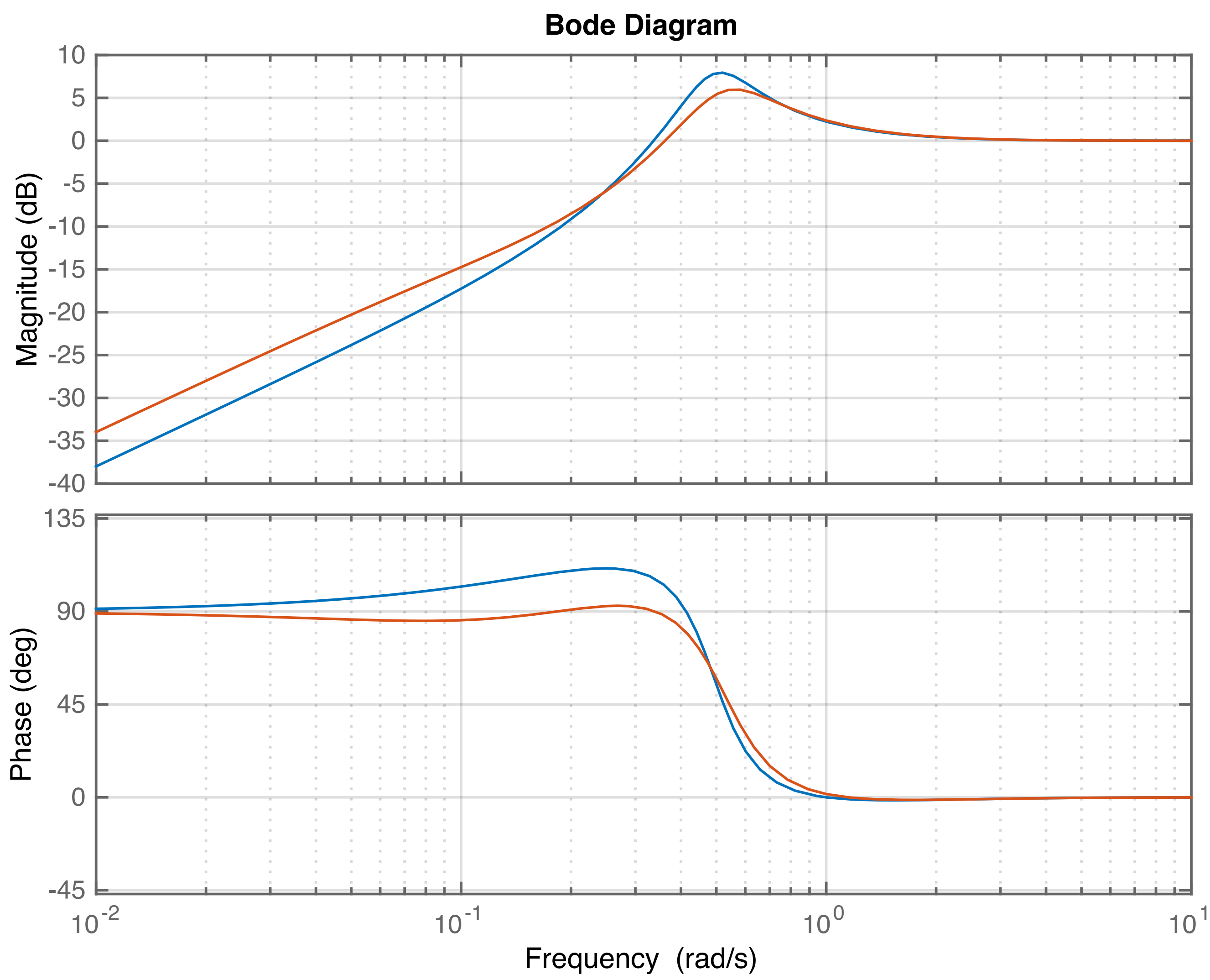
$$\left|L(j\omega)\right|_{db} = \left|C_{LEAD}(j\omega)\cdot C_S(j\omega)\cdot G(j\omega)\right|_{db} \le -48db \qquad \omega \ge 100$$



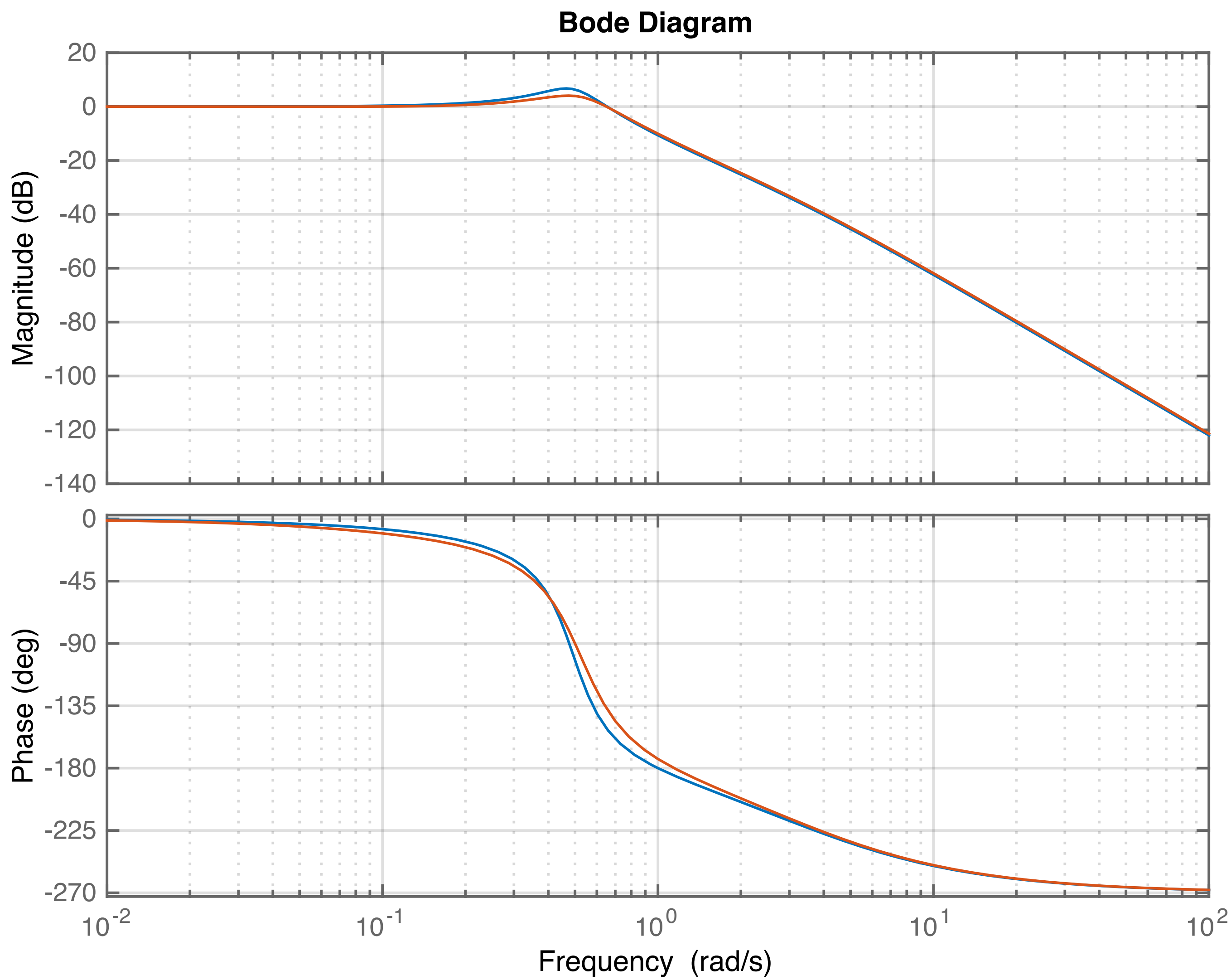
Esempio #2: Confronto Prestazioni



Esempio #2


Bode Diagram
Magnitude (dB)
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
-35
-40
Phase (deg)
135
90
45
0
-45
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
Frequency (rad/s)

Esempio #2



Bode Diagram
Magnitude (dB)
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

Esempio #3

Si consideri lo schema di controllo rappresentato in figura, con

$$G(s) = \frac{0.5\, e^{-as}}{(s+1)^2 (s+5)} \quad con\ a \in [0, 0.07]$$

Si progetti un regolatore *R(s)* di ordine minimo che soddisfi le seguenti caratteristiche:

1) $\left| e_\infty \right|_{\%} \leq 10\%$ per un riferimento $r(t) = 1(t)$
2) $\left| W_{de} \right|_{db} \leq -20 db \qquad \omega \leq 10^{-1}\ rad/\sec$
3) $\left| W_{ne} \right|_{db} \leq -60 db \qquad \omega \geq 10^{2}\ rad/\sec$
4) $t_{a,3} \leq 5\text{s} \qquad S_{\%} \leq 40\%$

Esempio #3

$$\left|e_\infty\right|_{\%} \le 10\% \qquad r(t) = 1(t)$$

$$\left|W_{DE}\right|_{db} \le -20db \qquad \omega \le 0.01$$

$$\left|W_{NE}\right|_{db} \le -60db \qquad \omega \ge 100$$

$$S_{\%} \le 40\% \Rightarrow \xi \ge 0.28$$

$$t_{a,3} \le 5\text{s}$$

$\Leftrightarrow$

$$\mu \ge 9 \qquad g = 0$$

$$\left|L\right|_{db} \ge 20db \qquad \omega \le 0.01$$

$$\left|L\right|_{db} \le -60db \qquad \omega \ge 100$$

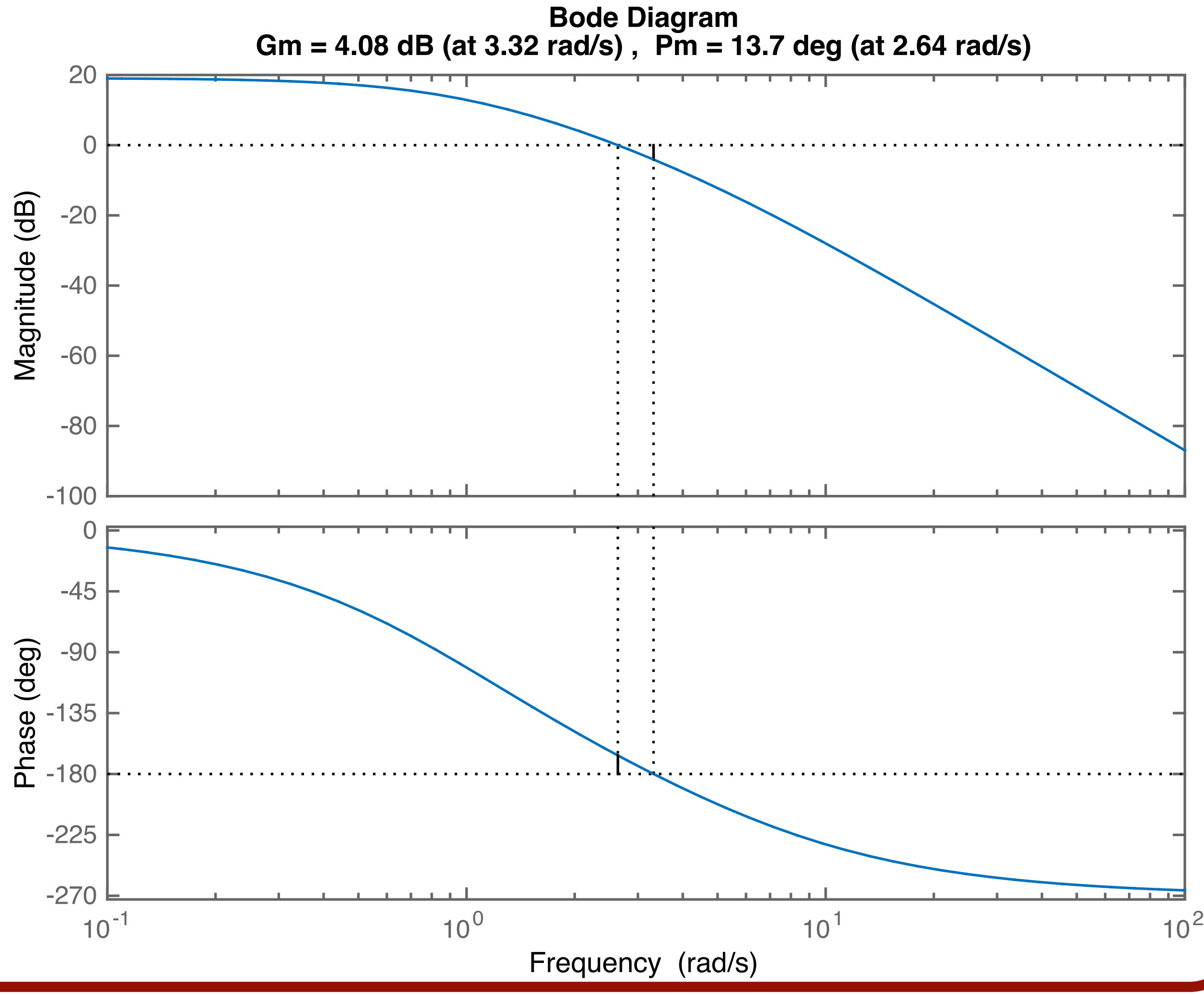
$$\phi_m \ge \{37° \sim 42°\} + 10° = \{47° \sim 52°\}$$

$$\omega_c \ge 2.5$$

Esempio #3

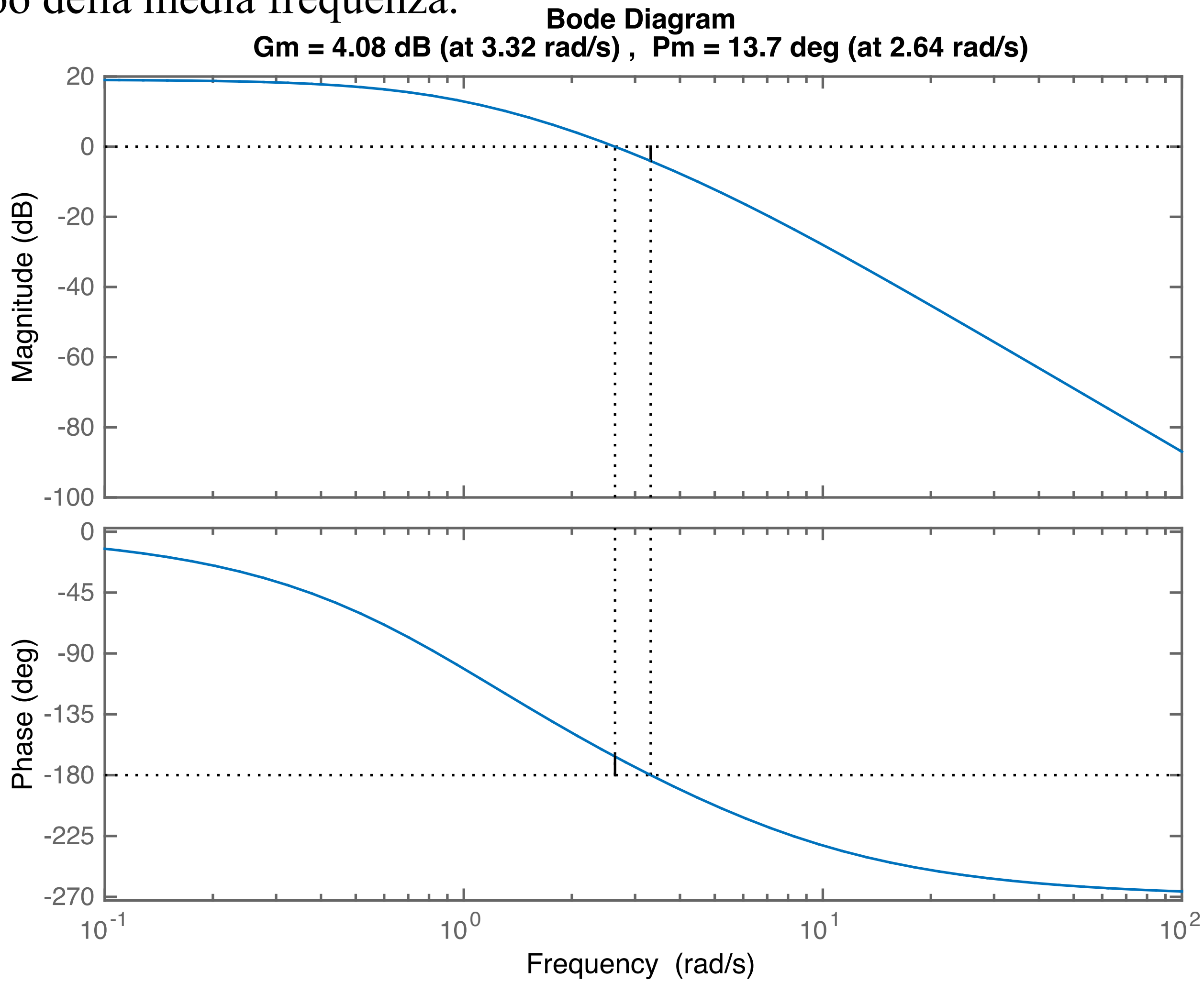
Soluzione #1: Non aggiungo poli in zero

$$K \cdot G^* = \frac{90 \cdot 0.5}{(s+1)^2 (s+5)}$$



Esempio #3

Soluzione #1: Giudico quasi soddisfatto il requisito in bassa frequenza. Mi preoccupo della media frequenza.



Esempio #3

Soluzione #1: Considero i requisiti sulle prestazioni dinamiche. Abbassando la pulsazione di attraversamento a 2.5 rad/s posso al massimo ottenere un margine di fase di 17° che non è sufficiente.

Progetto un doppio guadagno complesso (in gergo detto Rete Ritardo-Anticipo), per abbassare la frequenza di attraversamento e contemporaneamente aumentare il margine di fase.

Progetto Rete Ritardo

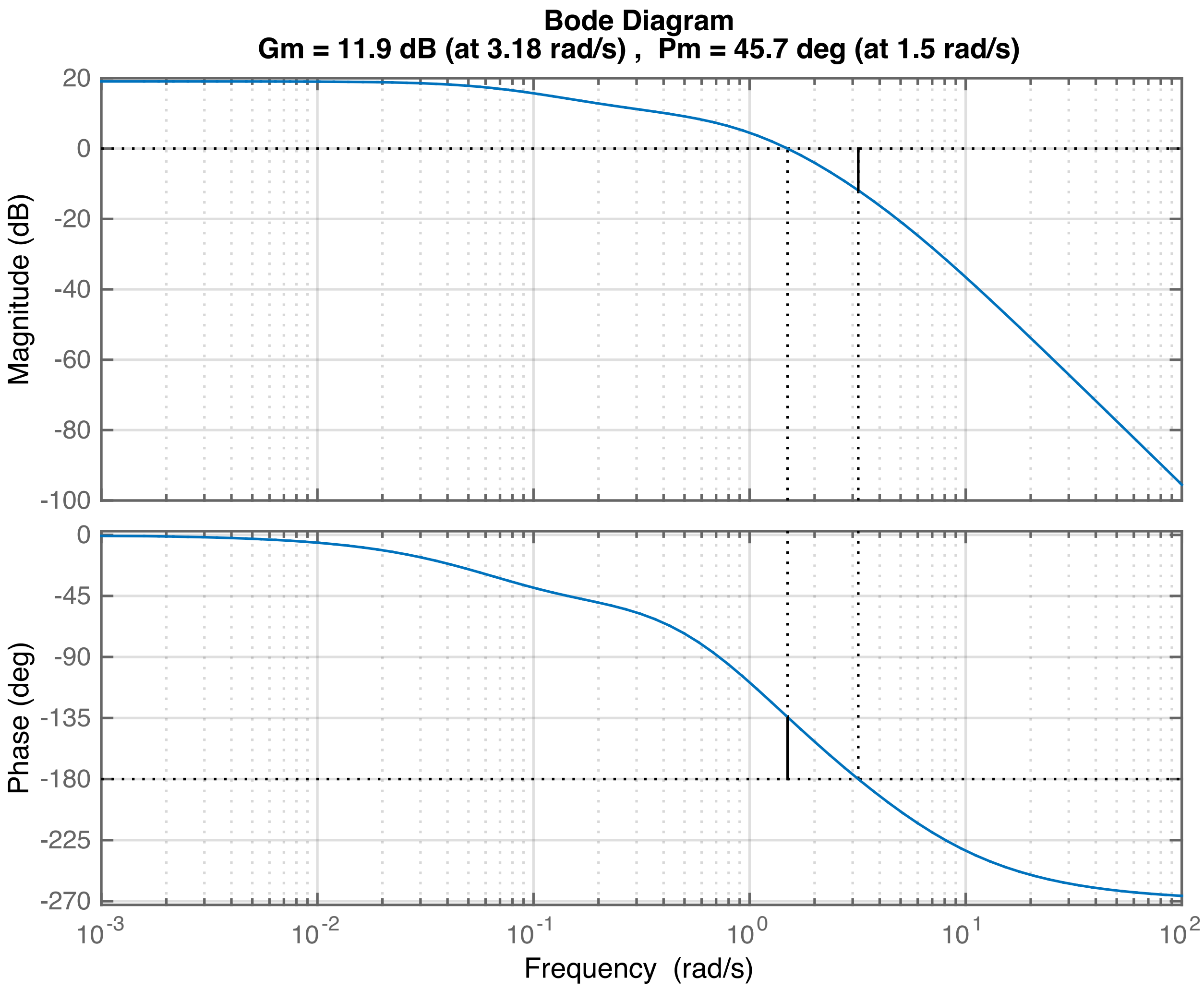
Considero il guadagno complesso

$$Me^{j\phi}$$

che mi permette di assegnare la frequenza di attraversamento 1.5**, introducendo alla nuova pulsazione di attraversamento un ritardo di fase di -5°**

$$\begin{array}{c} M = 0.377 \\ \phi = -5^\circ \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{c} T \approx 4.7366 > 0 \\ \tau \approx 12.6698 > 0 \end{array} \Longrightarrow C_{LAG}(s) = \frac{1+4.7366s}{1+12.6698s}$$

Esempio #3



Bode Diagram
Gm = 11.9 dB (at 3.18 rad/s) , Pm = 45.7 deg (at 1.5 rad/s)
Magnitude (dB)
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

Esempio #3

Progetto Rete Anticipo

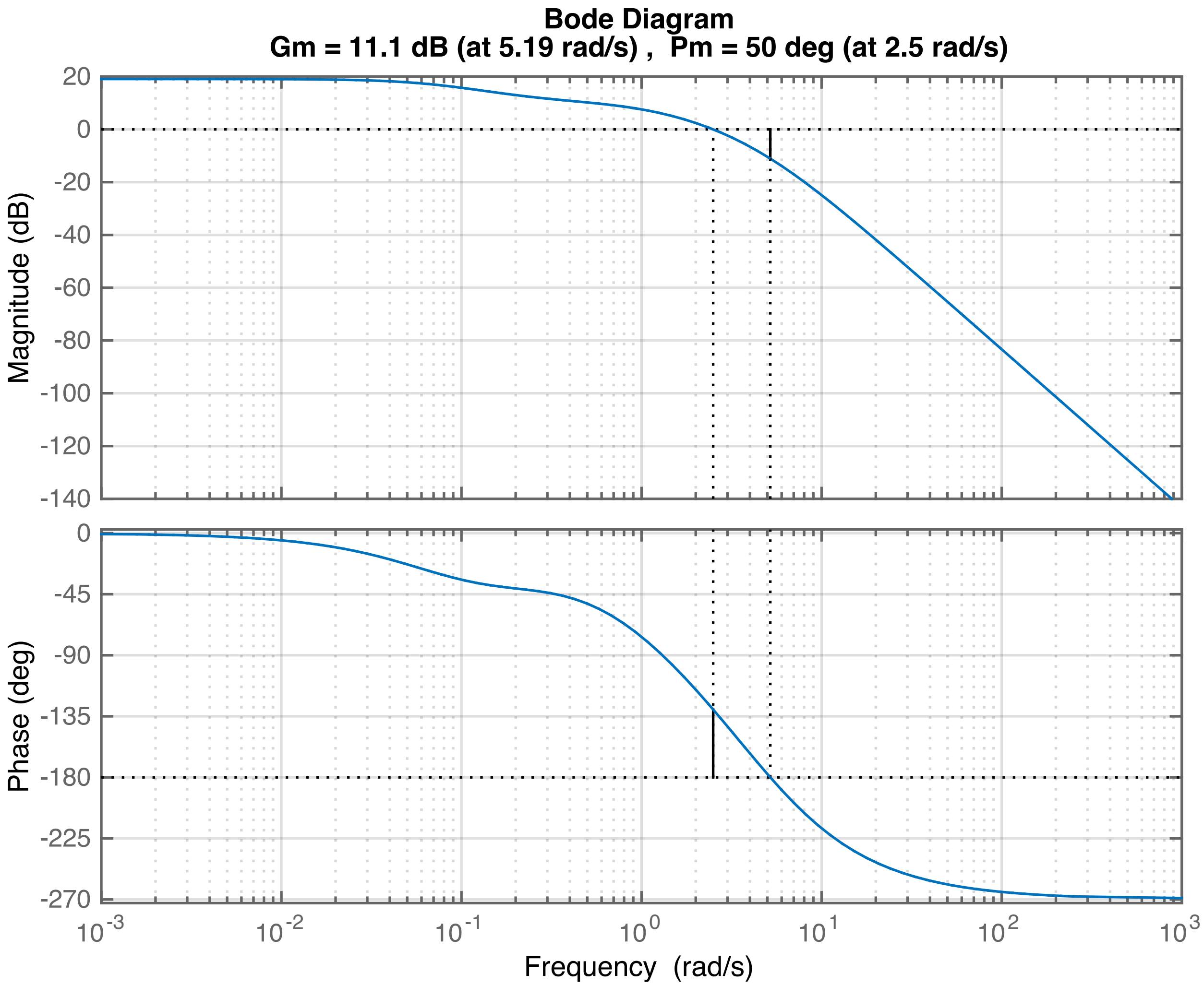
Considero il guadagno complesso

$$Me^{j\phi}$$

che mi permette di assegnare la frequenza di attraversamento 2.5**, introducendo alla nuova pulsazione di attraversamento un antiicipo di fase di 36°**

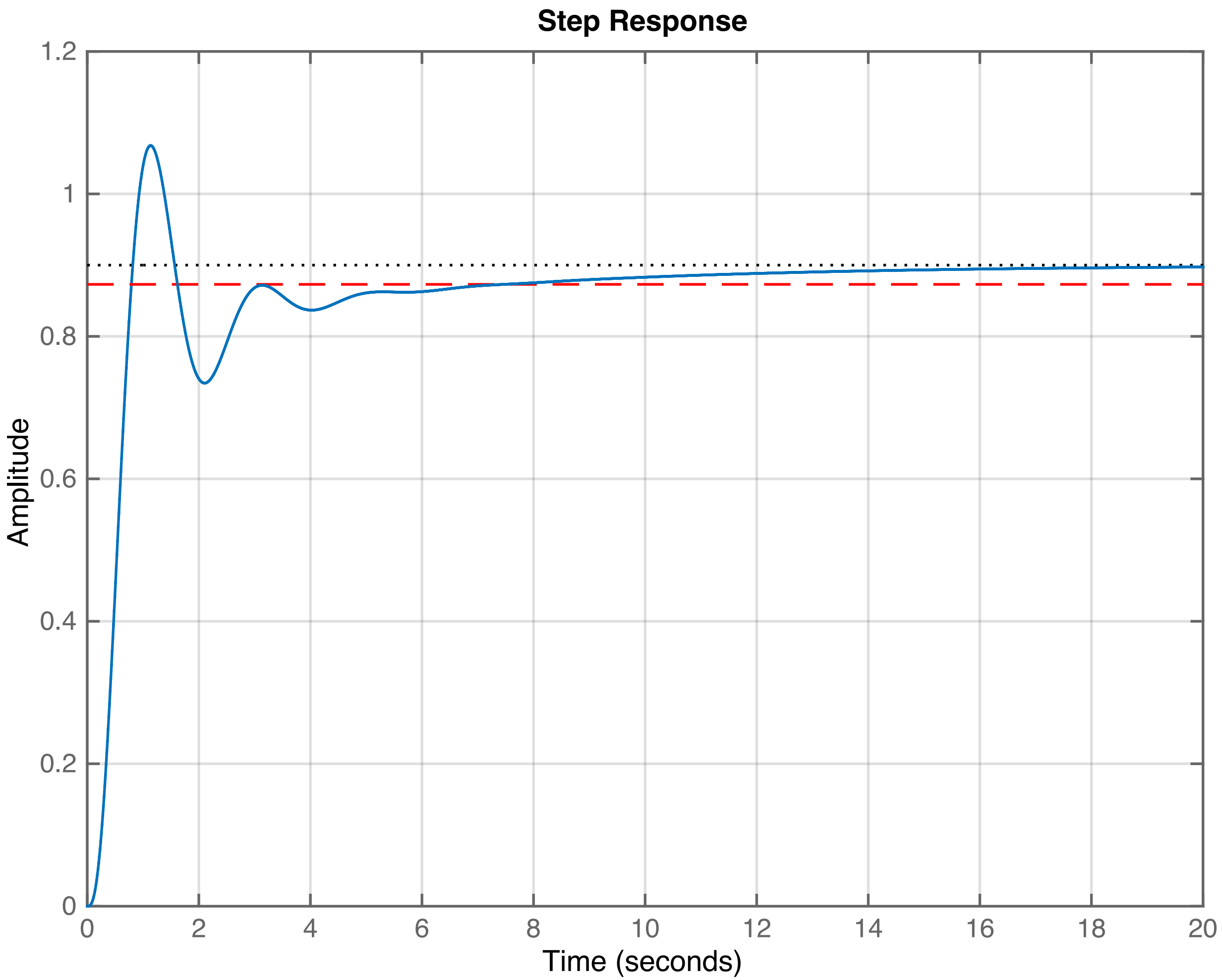
$$M = 2.4018 \qquad \phi = 36^\circ \quad \Rightarrow \quad T \approx 1.0839 > 0 \qquad \tau \approx 0.2672 > 0 \quad \Rightarrow \quad C_{LEAD}(s) = \frac{1+1.0839s}{1+0.2672s}$$

Esempio #3



Tutti i requisiti sembrano soddisfatti pienamente

Esempio #3



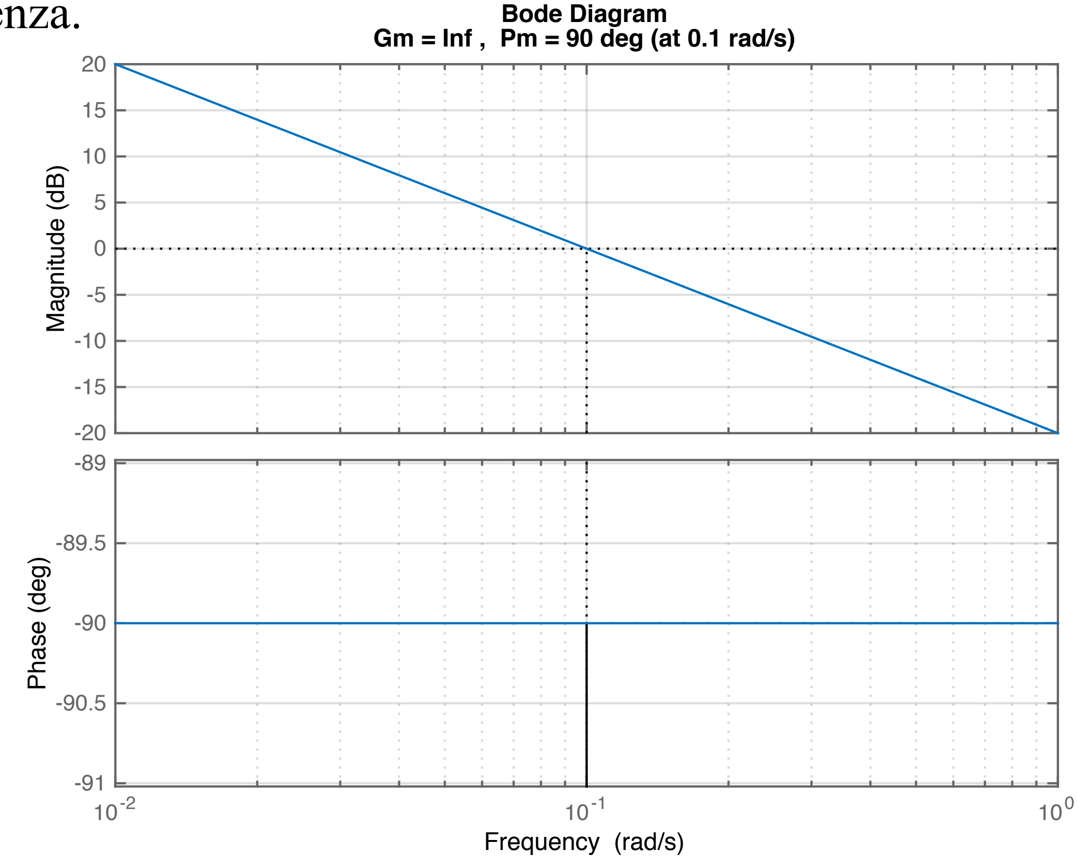
In realtà, la specifica sul tempo di assestamento non sembra perfettamente rispettata

Esempio #3

Soluzione #2: Visti i vincoli vorrei una funzione di anello L(s) che tra 0.1 rad/s e 100 rad/s perdesse 80 db , acquisendo modulo 0 db alla pulsazione di 2.5 rad/s.

Inizio a considerare una L(s) con un polo nell'origine e guadagno tale da soddisfare il vincolo in bassa frequenza.

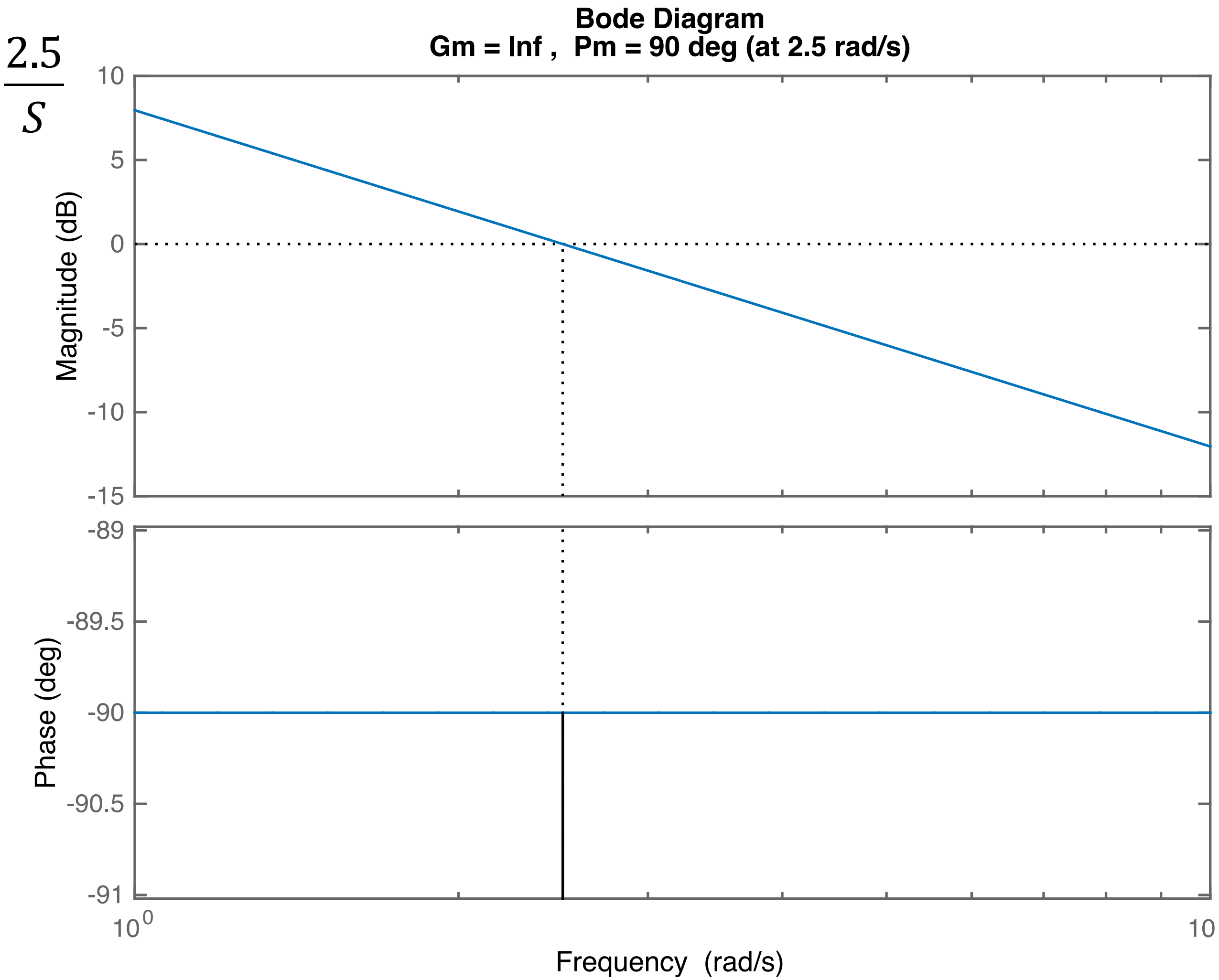
$$L(s) = \frac{0.1}{s}$$



Esempio #3

Soluzione #2: Scelgo un ulteriore guadagno K>1 per assegnare la banda passante

$$L(s) = \frac{25 \cdot 0.1}{s} = \frac{2.5}{s}$$



Esempio #3

Soluzione #2: Poiché le prestazioni in bassa e media frequenza sono soddisfatte , considero le prestazioni in alta frequenza .

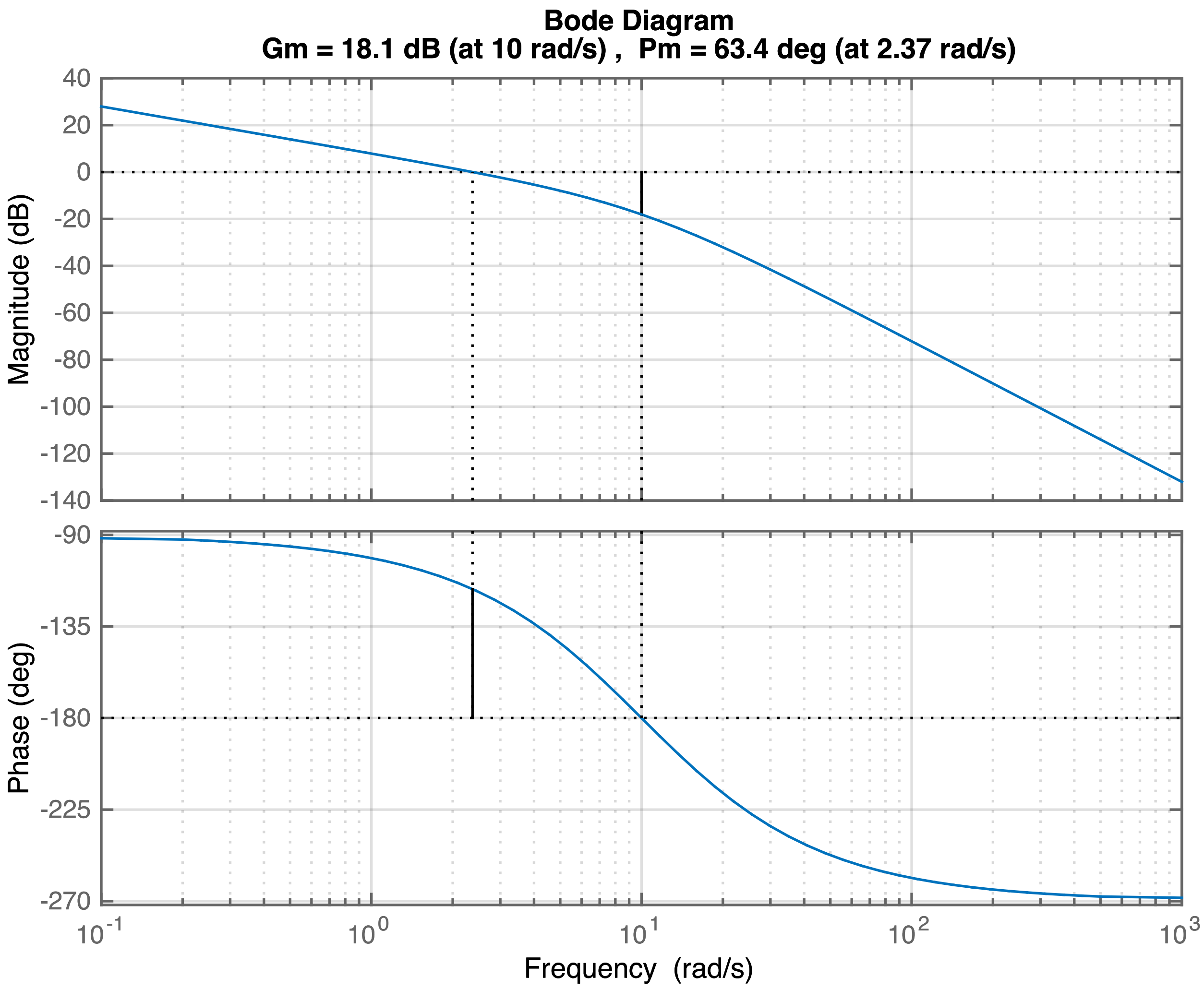
Devo diminuire il guadagno per pulsazioni superiori a 100 rad/s.

Per tentativi provo ad aggiungere dei poli (in alta frequenza) cercando di minimizzare l'impatto in media e in bassa frequenza

Scelgo di considerare due poli alla pulsazione di 10 rad/s

$$L(s) = \frac{2.5}{s} \frac{1}{(0.1s+1)^2}$$

Esempio #3


Bode Diagram
Gm = 18.1 dB (at 10 rad/s) , Pm = 63.4 deg (at 2.37 rad/s)
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
Magnitude (dB)
-90
-135
-180
-225
-270
Phase (deg)
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/s)

Esempio #3

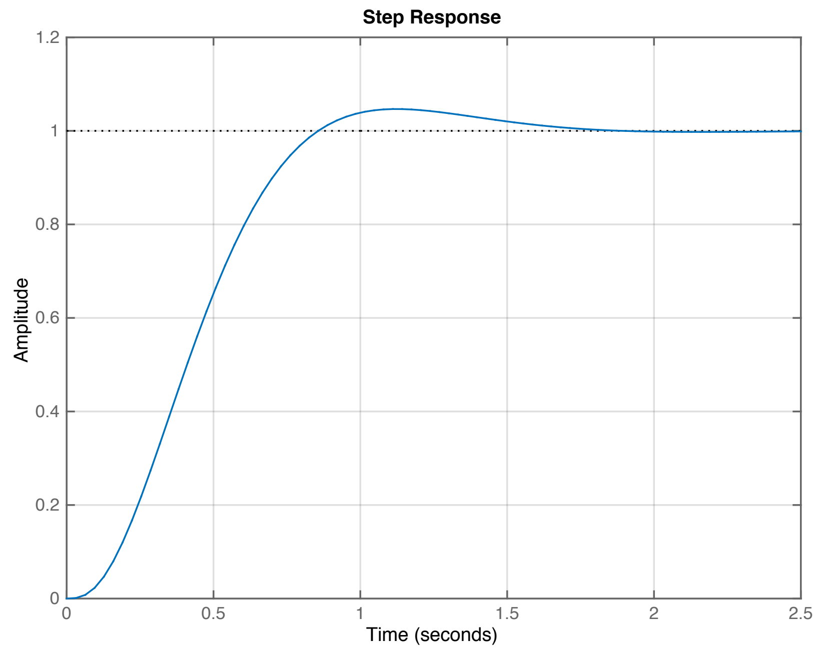
Soluzione #2: Definisco C(s) necessario affichè C(s)G(s)=L(s)

$$G^*(s) = \frac{0.5}{(s+1)^2(s+5)}$$

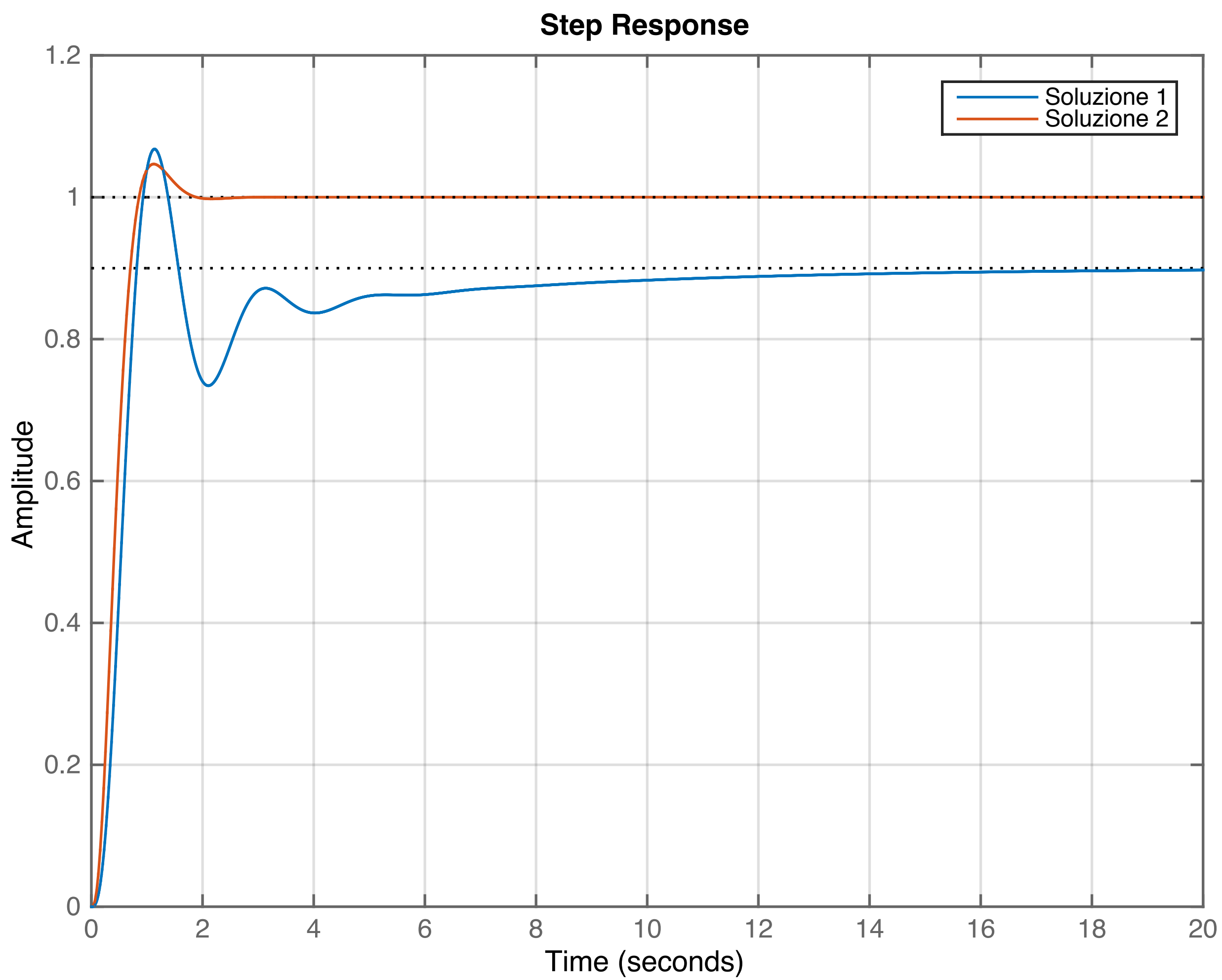
$$C(s)\cdot G(s) = L(s) = \frac{2.5}{s}\frac{1}{(0.1s+1)^2}$$

$$\left[\frac{2.5}{s}\frac{1}{(0.1s+1)^2}\cdot\frac{(s+1)^2(s+5)}{0.5}\right]\cdot\frac{0.5}{(s+1)^2(s+5)} = \frac{2.5}{s}\frac{1}{(0.1s+1)^2}$$

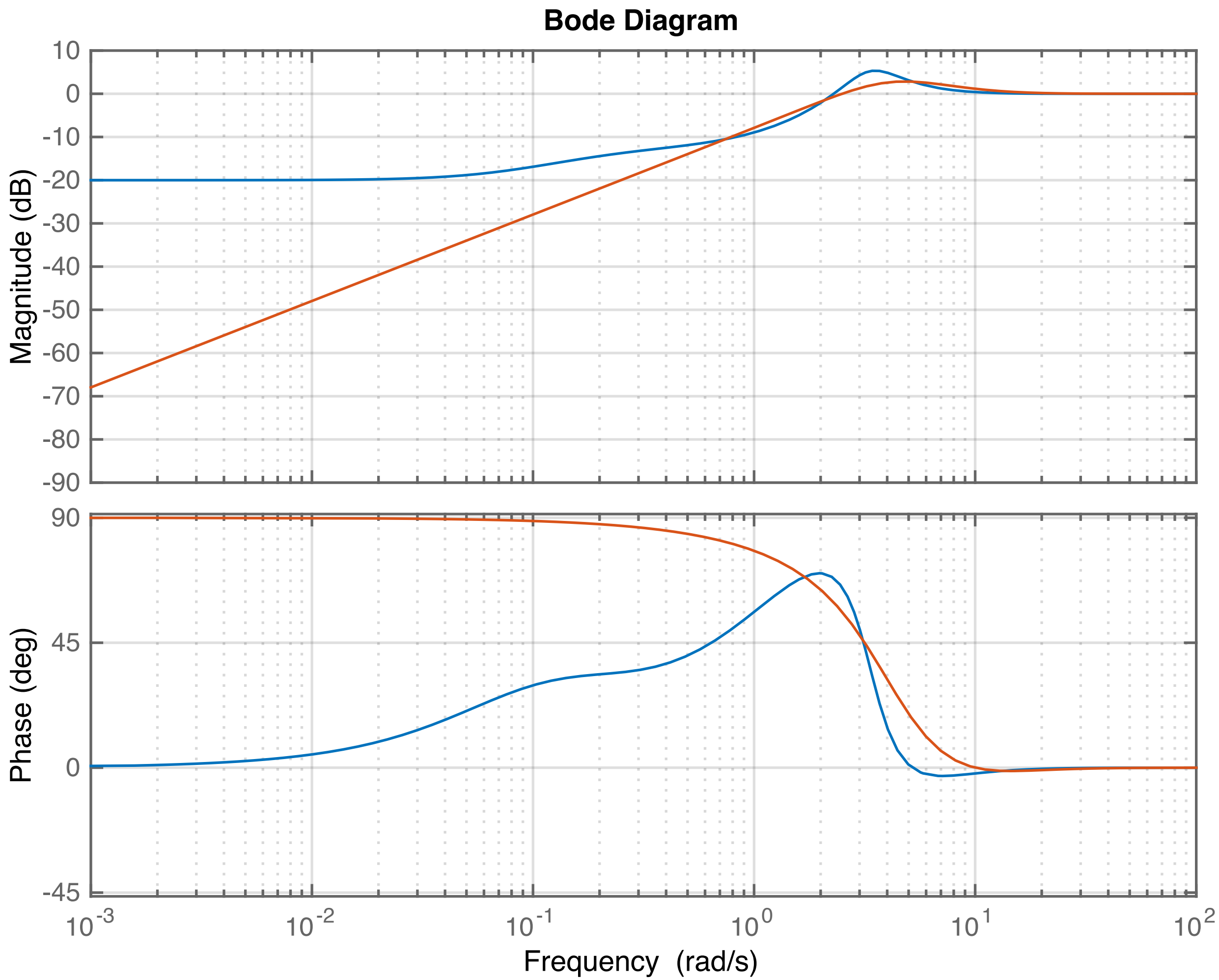
$$C(s) = \frac{5}{s}\frac{(s+1)^2(s+5)}{(0.1s+1)^2}$$



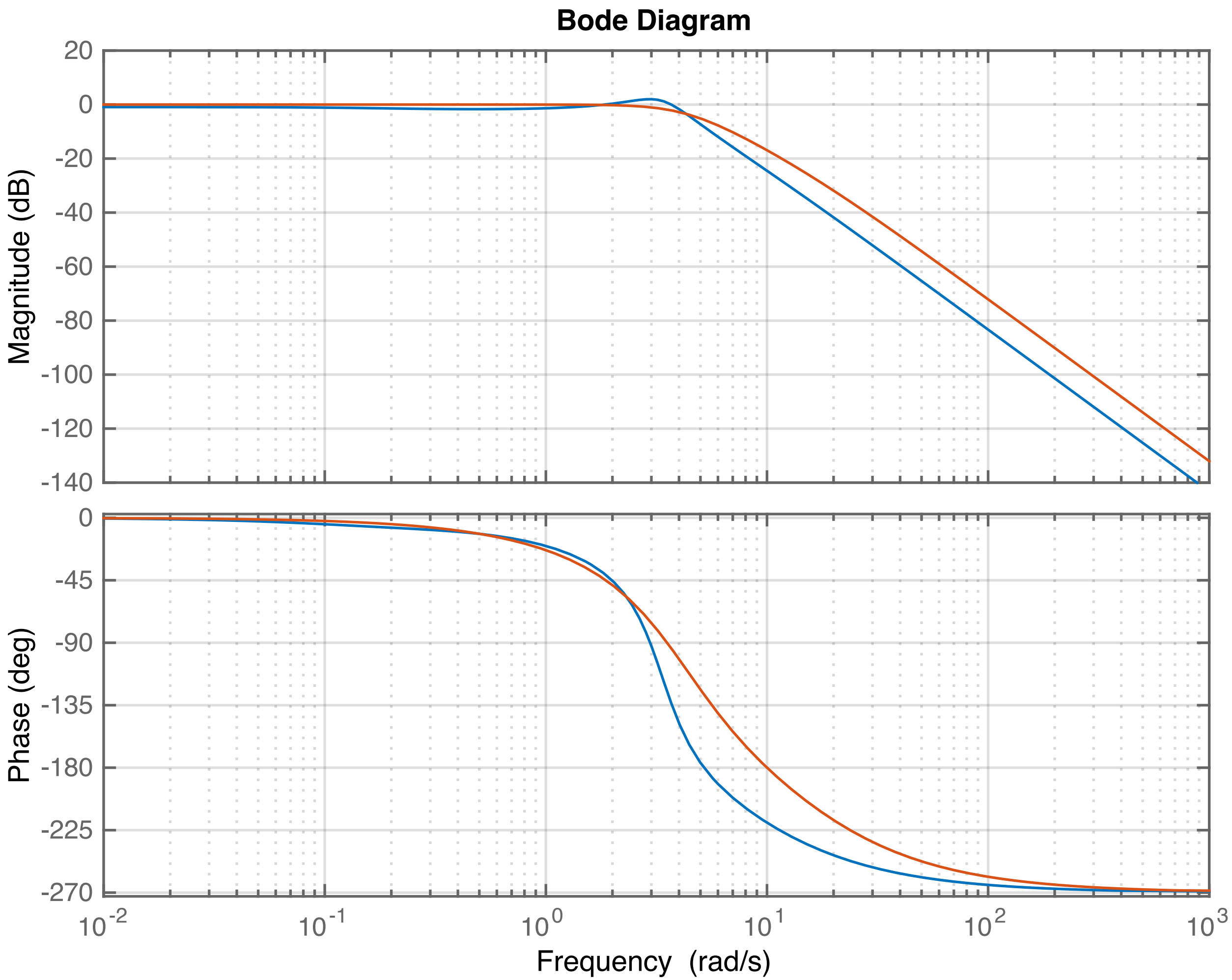
Esempio #3: Confronto Prestazioni



Esempio #3


Bode Diagram
Magnitude (dB)
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
Phase (deg)
90
45
0
-45
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/s)

Esempio #3



Bode Diagram
Magnitude (dB)
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/s)

Controlli Automatici

LM-29 Ingegneria Elettronica - A.A. 2015/2016

- ***Esempi di progetto***
- ***Reti Correttrici***

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, delle Infrastrutture e dell'Energia Sostenibile (DIIES)