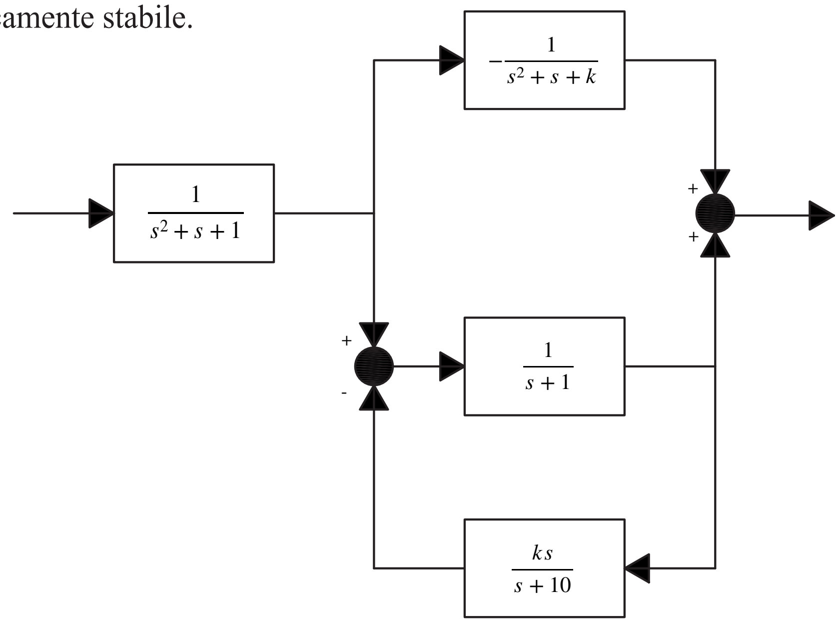
Automatica

Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo

08/09/2023

Prova A

A1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

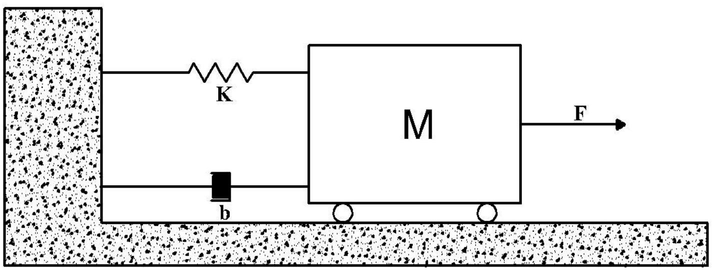


A2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 10s - 75)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

A3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

K=0.01 b=0.02 M=1 F(t)=5*1(t)



Tempo a disposizione: 2,5 ore

Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

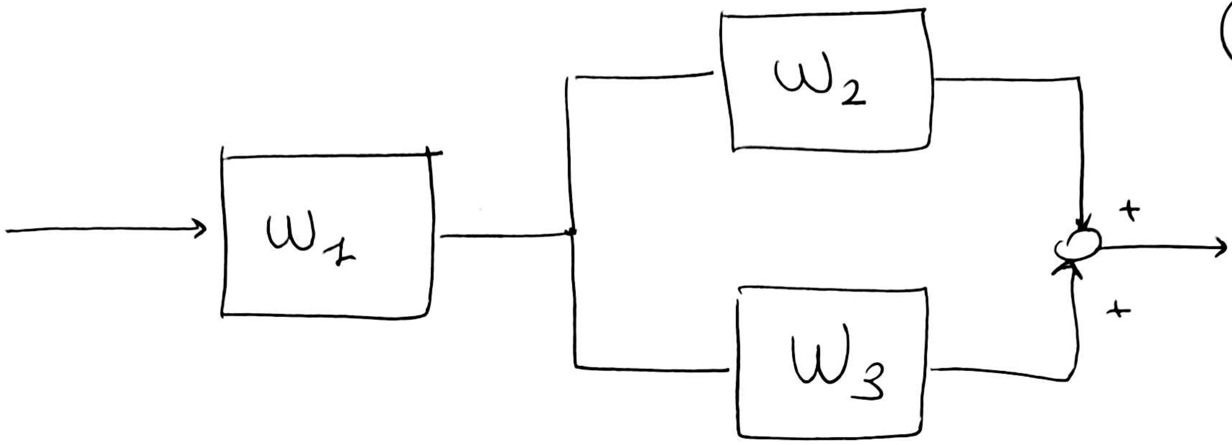
ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome: **Matricola:**

Orale: **# 11 Settembre ore 10:00** **# 29 Settembre ore 15:00**

PER ANALIZZARE LA ASINTOTICA STABILITA' RICORRO ALL'ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

1



IL SISTEMA E' AS. $\Leftrightarrow$ W_1 E' A.S
W_2 E' A.S
W_3 E' A.S

POICHE' SI TRATTA DI SERIE E PARALLELO

W_1 E' A.S

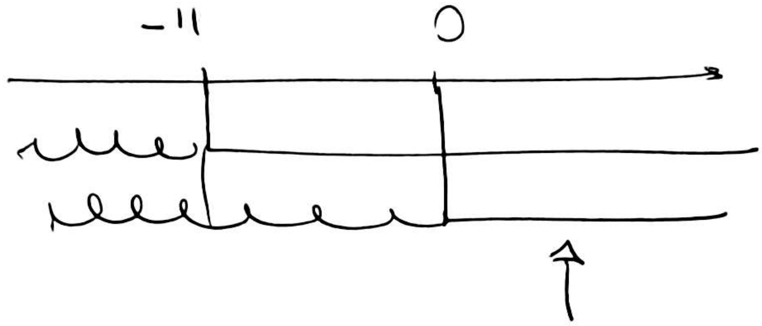
W_2 E' A.S $\forall k > 0$ PER CARTESIO

$$W_3 = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1}\frac{ks}{s+10}} = \frac{\frac{1}{\cancel{s+1}}}{\frac{(s+1)(s+10)+ks}{\cancel{(s+1)}(s+10)}} =$$

$$= \frac{s+10}{s^2+11s+10+ks}$$

W_3 E' A.S $\Leftrightarrow$ $11+k>0 \Rightarrow k>-11$

METTENDO A SISTEMA LE DUE CONDIZIONI DI STABILITA'



$K>0$ GARANTISCE CHE IL SISTEMA COMPLETO SIA A.S

PER CALCOLARE RAPP ISU TRASFORMO OGNI SISTEMA ~~NELLA~~ IN UNA RAPP ISU

$$\frac{1}{s^2+s+1} \longrightarrow \begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}u_1$$

$$y_1 = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

$$\frac{-1}{s^2+s+k} \longrightarrow \begin{pmatrix}\dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1 & 1\\ -K & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_3\\ x_4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}u_2$$

$$y_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_3\\ x_4\end{pmatrix}$$

$$\frac{s+10}{s^2+(11+k)s+10} \longrightarrow \begin{pmatrix}\dot{x}_5\\ \dot{x}_6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-(11+k) & 1\\ -10 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_5\\ x_6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\ 10\end{pmatrix}u_3$$

$$y_3 = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_5\\ x_6\end{pmatrix}$$

~~[illegible]~~ INTERCONNETTENDO COME DESCRITTO IN FIGURA OTTENGO ISU TOTALE

③

$u = u_1$

$y = y_2 + y_3$

$u_2 = y_1$

$u_3 = y_1$

$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2$

$\dot{x}_2 = -x_1 + u$

$\dot{x}_3 = -x_3 + x_4$

$\dot{x}_4 = -k\,x_3 - x_1$

$\dot{x}_5 = -(11+k)\,x_5 + x_6 + x_1$

$\dot{x}_6 = -10\,x_5 + 10\,x_1$

$y = x_1 + x_5$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -(11+k) & 1 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

TRACC. DIAG BODE.

NORMALIZZO LA F.D.T.

$$W(s) = \frac{-100\, s\,(s+15)\,(s-5)}{500\left(\frac{s^2}{100}+\frac{s}{100}+1\right)\left(\frac{s}{5}+1\right)} =$$

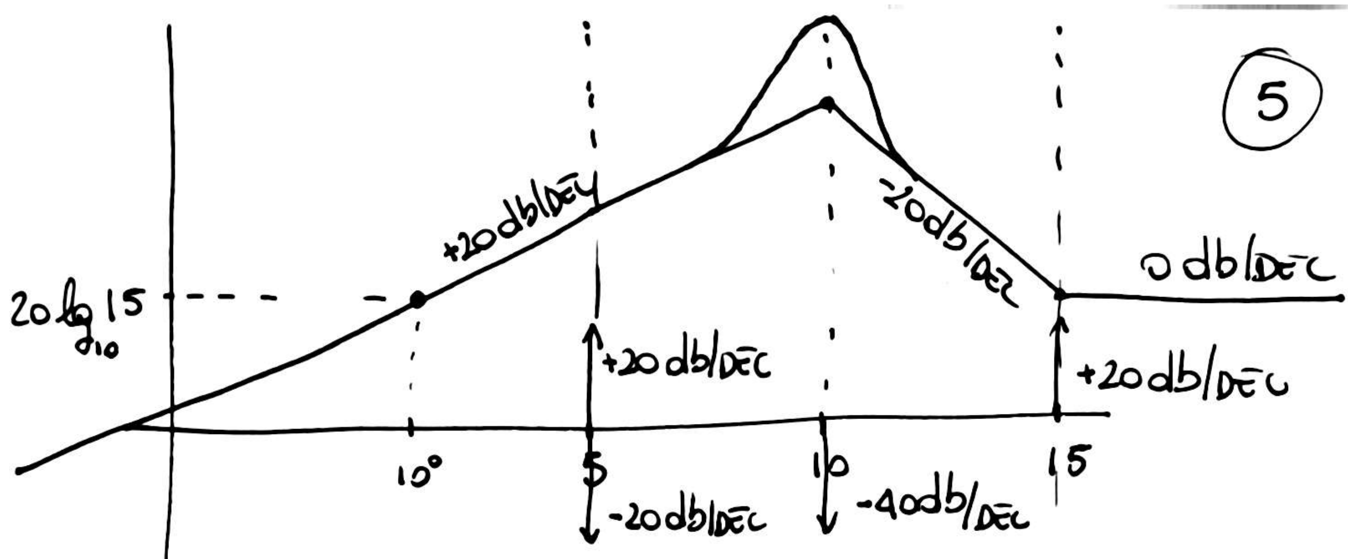
$$= \frac{\cancel{+100}\cdot 15 \cancel{\cdot 5}\, s\left(\frac{s}{15}+1\right)\left(1-\frac{s}{5}\right)}{\cancel{500}\left(\frac{s^2}{100}+\frac{s}{100}+1\right)\left(\frac{s}{5}+1\right)}$$

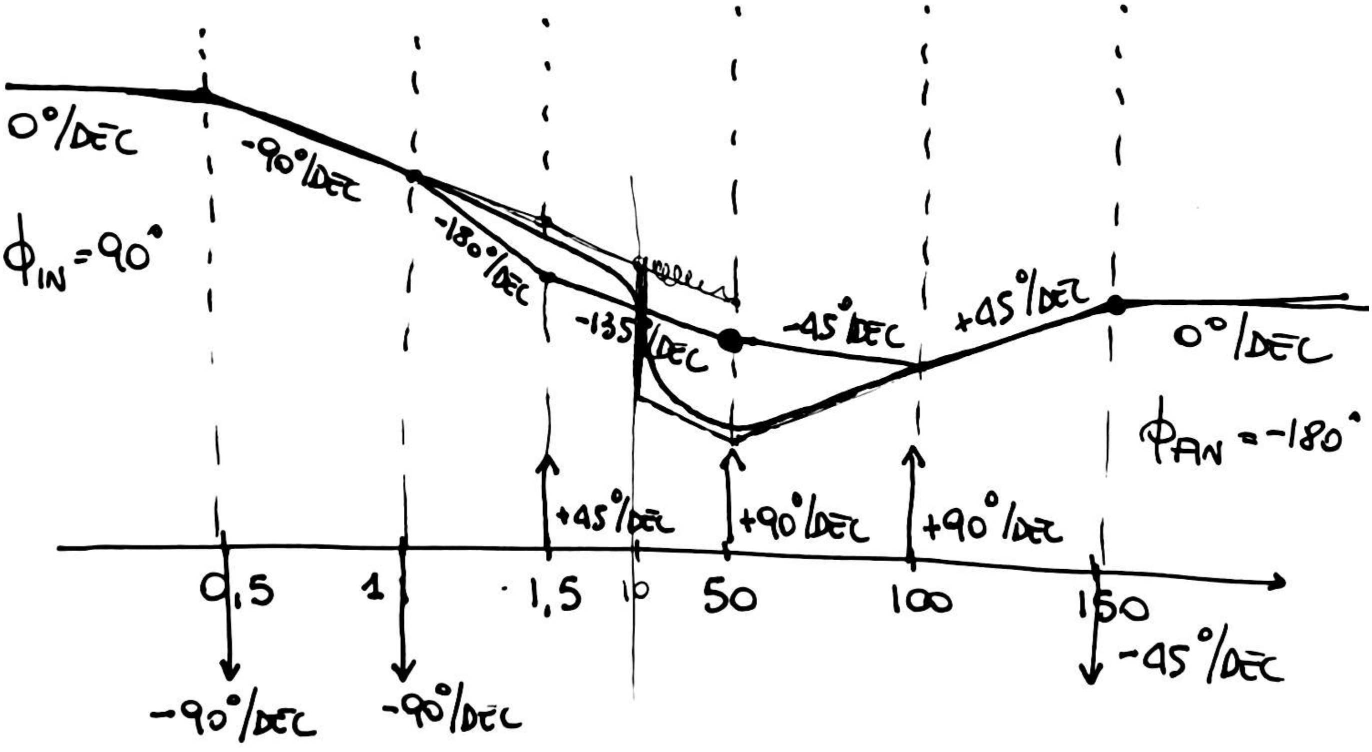
DEFINISCO LA TABELLA DEI CONTRIBUTI

	MODULI	FASI	
15	$20\log_{10}15$	$0°$	
s	$+20$ DB/DEC $\forall\omega$	$+90°$ $\forall\omega$	
$\left(\frac{s}{15}+1\right)^1$	$\omega_R=15$ $+20$ db/DEC	$\omega_1=1{,}5$ $+45°$/DEC	$\omega_2=150$ $-45°$/DEC
$\left(1-\frac{s}{5}\right)^1$	$\omega_R=5$ $+20$ db/DEC	$\omega_1=0{,}5$ $-45°$/DEC	$\omega_2=50$ $+45°$/DEC
$\left(\frac{s}{5}+1\right)^{-1}$	$\omega_R=5$ -20 db/DEC	$\omega_1=0{,}5$ $-45°$/DEC	$\omega_2=50$ $+45°$/DEC
$\left(\frac{s^2}{100}+\frac{s}{100}+1\right)^{-1}$	$\omega_n=10$ -40 db/DEC $\xi=0{,}05$	$\omega_1=1$ $-90°$/DEC	$\omega_2=100$ $+90°$/DEC

$\phi_{IN} = +90°$ $\phi_{FIN} = -180°$

5


+20db/DEC
-20db/DEC
0db/DEC
20 lg10 15
+20db/DEC
+20db/DEC
10°
5
10
15
-20db/DEC
-40db/DEC


0°/DEC
-90°/DEC
ϕIN = 90°
-180°/DEC
-135°/DEC
-45°/DEC
+45°/DEC
0°/DEC
ϕFIN = -180°
+45°/DEC
+90°/DEC
+90°/DEC
0,5
1
1,5
10
50
100
150
-45°/DEC
-90°/DEC
-90°/DEC

TRACCIARE RISPOSTA QUALITATIVA.

(6)

DEFINISCO RAPP. IU.

$$M\ddot{s} = F - ks - b\dot{s}$$

$x_1 = s$
$x_2 = \dot{s}$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{M}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{F}{m} \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u \\ y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x \end{cases}$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -0.02 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

$$w(s) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & -1 \\ 0.01 & s+0.02 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{\begin{pmatrix} s+0.02 & 1 \\ -0.01 & s \end{pmatrix}}{s(s+0.02)+0.01} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$W(s) = \frac{s}{s^2+0.02s+0.01} \qquad U(s) = \frac{5}{s}$$

7

$$y(0) = \lim_{t\to 0} y(t) = \lim_{s\to\infty} sY(s) =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s \frac{\cancel{s}}{s^2+0.02s+0.01} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} = 0$$

$$\dot{y}(0) = \lim_{t\to 0} \dot{y}(t) = \lim_{s\to\infty} s^2 Y(s) =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s^2 \frac{\cancel{s}}{s^2+0.02s+0.01} \frac{5}{\cancel{s}} = 5 > 0$$

$$\ddot{y}(0) = \lim_{t\to 0} \ddot{y}(t) = \lim_{s\to\infty} s\left[s^2 Y(s) - \dot{y}(0)\right] =$$

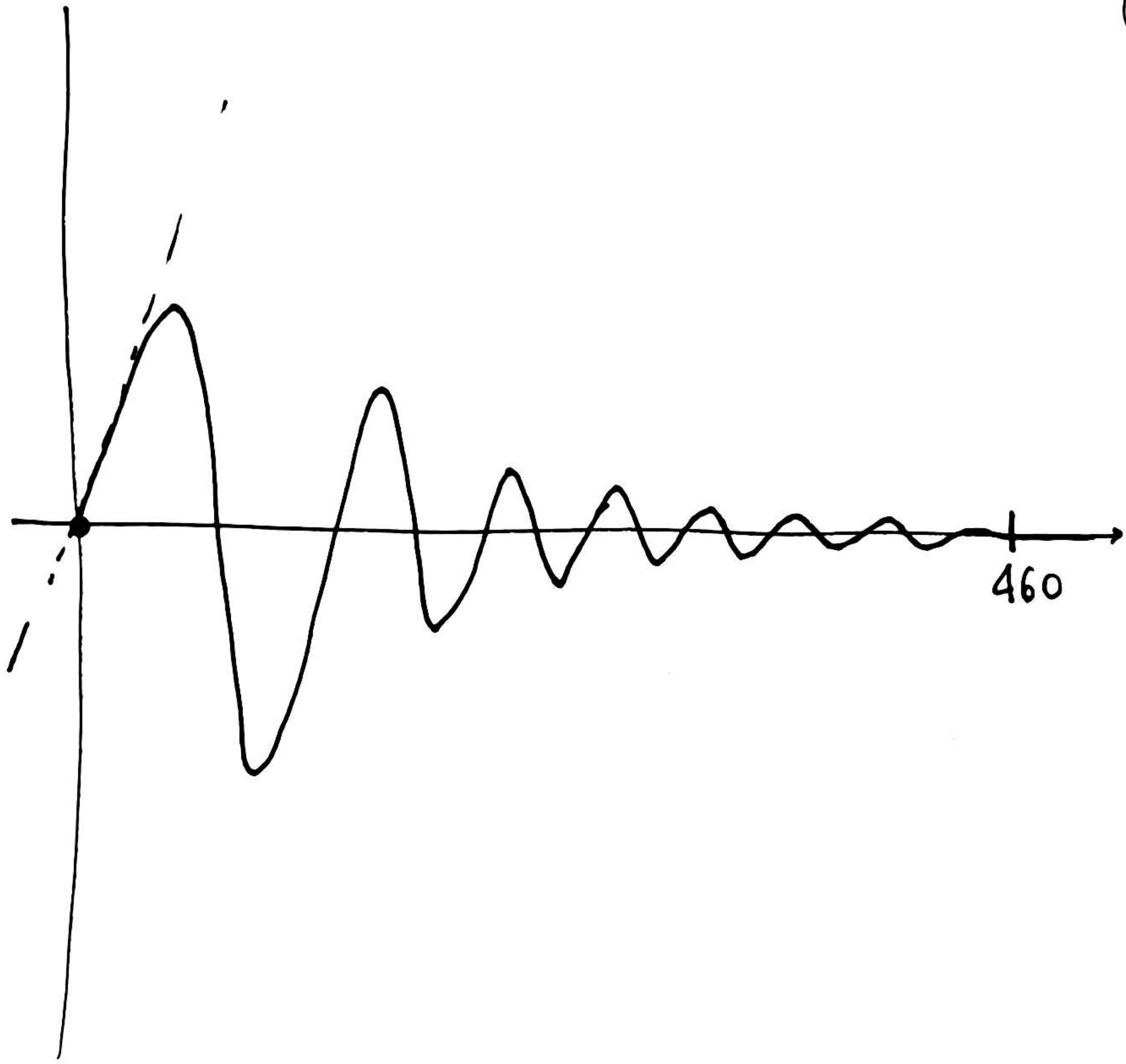
$$= \lim_{s\to\infty} s\left[s^2 \frac{\cancel{s}}{s^2+0.02s+0.01} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} - 5\right] =$$

$$= \lim_{s\to\infty} s\left[\frac{\cancel{5s^2} - \cancel{5s^2} - 0.1s - 0.05}{s^2+0.02s+0.01}\right] = -0.1 < 0$$

$$T_{a1} = \frac{4.6}{0.01} = 460\ s$$

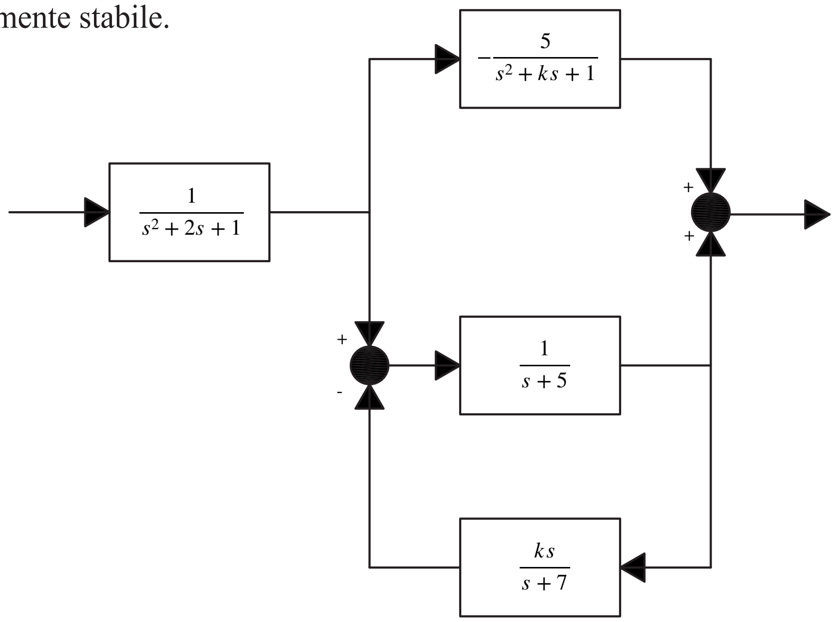
$$N_{osc} = \frac{T_{a1}}{T_{osc}} = \frac{460}{63.14} \simeq 7.3$$

$$y_\infty(t) = W(0) \cdot 5 = 0$$


460

Automatica
Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo
08/09/2023
Prova B

B1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

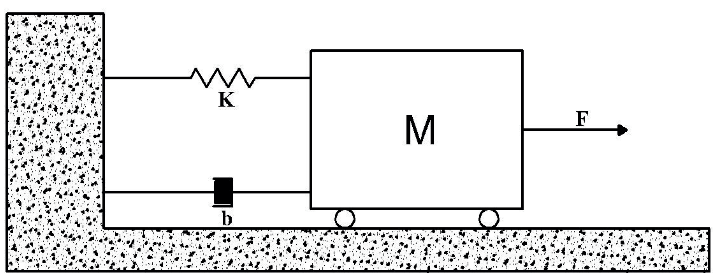


B2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 7s - 60)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

B3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

K=100 b=6 M=1 F(t)=5*1(t)



Tempo a disposizione: 2,5 ore
Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome: **Matricola:**

Orale: **# 11 Settembre ore 10:00** **# 29 Settembre ore 15:00**

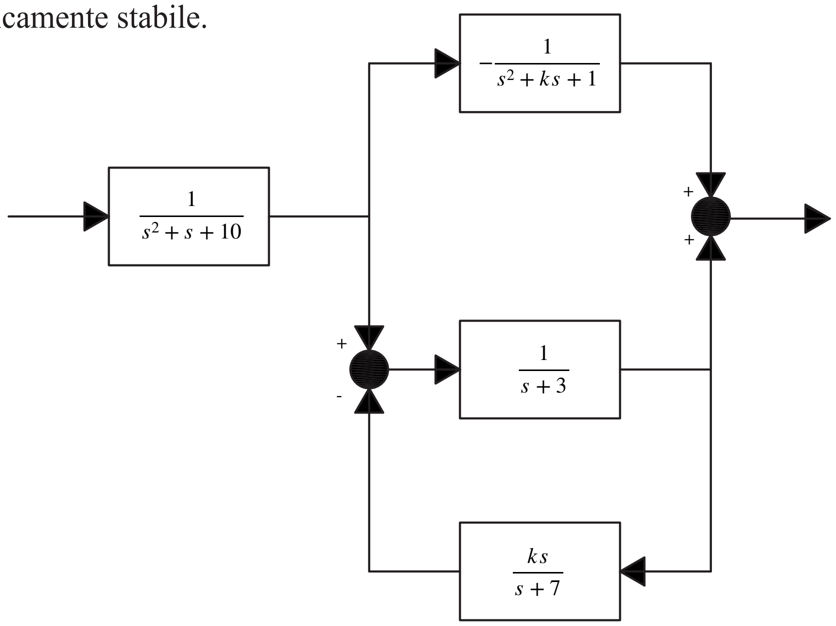
Automatica

Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo

08/09/2023

Prova C

C1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

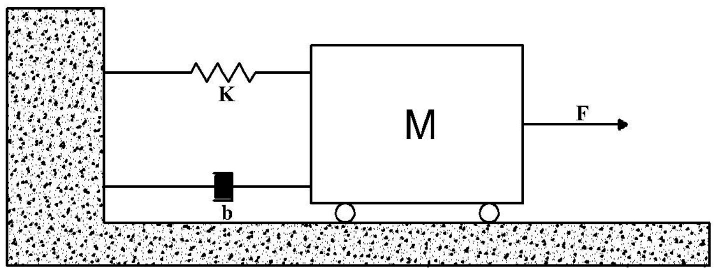


C2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 + 2s - 35)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

C3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

$K=10^{-4}$ b=0.01 M=1 F(t)=5*1(t)



Tempo a disposizione: 2,5 ore

Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

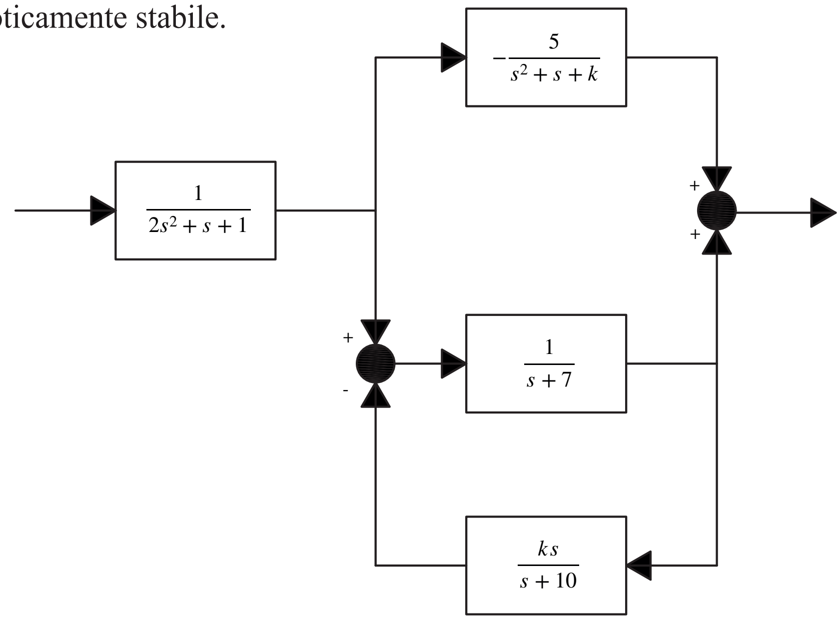
ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome: **Matricola:**

Orale: **# 11 Settembre ore 10:00** **# 29 Settembre ore 15:00**

Automatica
Teoria dei Sistemi e Fondamenti di Teoria del Controllo
08/09/2023
Prova D

D1. Dato il sistema di figura, determinare una rappresentazione I-S-U e i valori di k per cui il sistema è asintoticamente stabile.

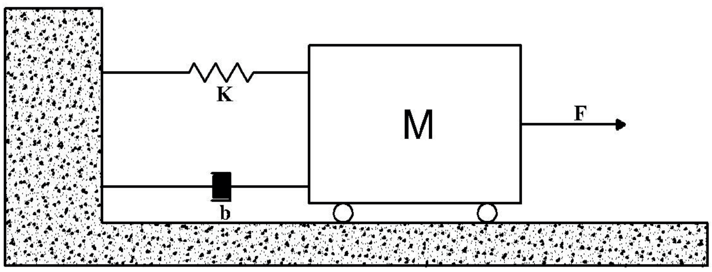


D2. Dato il seguente sistema tracciarne i diagrammi di Bode

$$W(s) = \frac{-100 \cdot s \cdot (s^2 - 4s - 5)}{(s^2 + s + 100)(s + 5)}$$

D3. Dato il sistema, tracciare la variazione qualitativa della velocità della massa .

$K=10^4$ b=140 M=1 F(t)=5*1(t)



Tempo a disposizione: 2,5 ore
Punteggio per i diversi quesiti: 10+10+10

ATTENZIONE: COMPILARE E CONSEGNARE INSIEME AL COMPITO

Nome e Cognome: **Matricola:**

Orale: **# 11 Settembre ore 10:00** **# 29 Settembre ore 15:00**